

H31 1

1 a と b が正の整数のとき、下のアからエまでの計算のうち、計算の結果が正の整数にならないことがあるものはどれですか。正しいものをすべて選びなさい。

- ア $a + b$
- イ $a - b$
- ウ $a \times b$
- エ $a \div b$

出典:「平成31年度全国学力・学習状況調査」(文部科学省)

【出題の趣旨】
数の集合と四則計算の可能性について理解しているかどうかをみる。

【正答】 イ, エ

【予想される誤答】
① イのみを選んでいる。
② エのみを選んでいる。



【予想される誤答の主な原因】

- ① 整数という意味の理解が不十分であったり、 a と b に具体的な値を代入せずに $a - b$ という式の減法の記号から、計算結果が正の整数にならないと判断したりしている。
- ② 例えば $a = 3$ 、 $b = 2$ のように、式に一部の具体的な整数のみを代入して四則計算の結果を判断している。

【指導のポイント】

- a と b に様々な正の整数を代入して、四則計算の結果が正の整数になるとは限らない場合があることを確認する。その際、代入する2つの数が正の整数のとき、四則計算の結果は正の整数の範囲以上に広がっていることを図や表に整理し捉えさせる。
- 代入する2つの数の範囲を広げて、整数や分数で表せる数などについても、四則計算の結果を図や表に整理し四則計算ができる数の範囲を考えられるようにする。また、有理数や無理数の学習をする際にも本問題内容を振り返らせることも大切である。

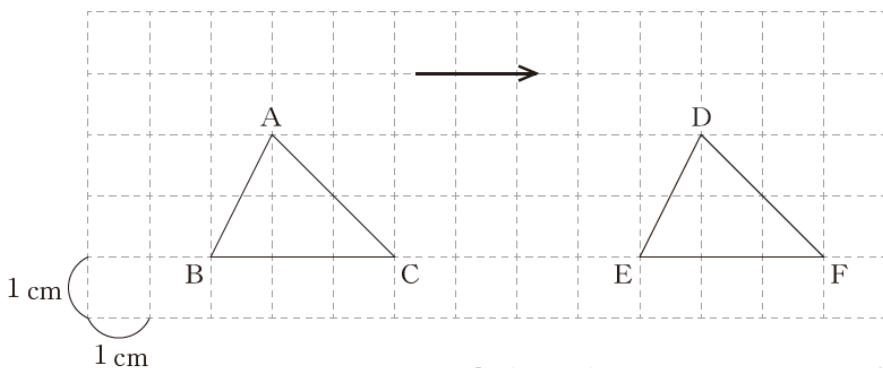
【過去の関連問題】

平成23年度全国学力・学習状況調査 A 1 (2)

平成25年度全国学力・学習状況調査 A 1 (3)

H31 3

3 下の図で、 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に平行移動したものです。 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に何 cm 平行移動したのですか。その移動の距離を求めなさい。



出典:「平成31年度全国学力・学習状況調査」(文部科学省)

【出題の趣旨】
平行移動の意味を理解しているかどうかをみる。

【正答】 7 cm

【予想される誤答】
① 4 cm ② 10 cm



【予想される誤答の主な原因】
① 移動前の $\triangle ABC$ の点Cに対応する点を、移動後の図形 $\triangle DEF$ の点Eと捉え、線分CEの長さを移動の距離として求めている。
② 移動前の $\triangle ABC$ の点Bに対応する点を、移動後の図形 $\triangle DEF$ の点Fと捉え、線分BFの長さを移動の距離として求めている。

【指導のポイント】

- 切り取った図形を使ったり、コンピュータを利用したりして実際に移動させ、平行移動、対称移動、回転移動を視覚的に捉えさせる。移動の際には、図形の各点に着目させ、平行移動では一定の方向と距離だけ移動するなど、それぞれの移動のきまりに従っていることを確認させる。また、移動前と移動後の図形の対応する点や辺に着目させ、平行移動では、対応する点を結ぶ線分がすべて平行で長さが等しくなっていることなど、移動前と移動後の図形の間を見いださせることが大切である。
- 移動前と移動後の図形を提示し、一方を他方に重ねるにはどのように移動させればよいかを説明させる。その際、移動前と移動後の図形の対応する点や辺等に着目させ、例えば平行移動ではどの方向にどの程度移動させたのかなど、それぞれの移動のきまりを踏まえて説明させることが大切である。

【過去の関連問題】

平成27年度全国学力・学習状況調査 A 4 (2)

平成29年度全国学力・学習状況調査 A 4 (2)

H31 6(2)

事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明することができるかをみる。

6 健太さんの家では、冷蔵庫の購入を検討しています。健太さんは、冷蔵庫A、冷蔵庫B、冷蔵庫Cについて調べたことを、次のような表にまとめました。

健太さんが作った表

	冷蔵庫A	冷蔵庫B	冷蔵庫C
容量	400 L	500 L	500 L
本体価格	80000 円	100000 円	150000 円
1年間あたりの電気代	15000 円	11000 円	6500 円

健太さんは、冷蔵庫A、冷蔵庫B、冷蔵庫Cについて、使用年数に応じた総費用を考えることにしました。そこで、それぞれの冷蔵庫において、1年間あたりの電気代は常に一定であると、次の式で総費用を求めることにしました。

$$(\text{総費用}) = (\text{本体価格}) + (\text{1年間あたりの電気代}) \times (\text{使用年数})$$

例えば、冷蔵庫Aを購入して3年間使用するときの総費用は、 $80000 + 15000 \times 3 = 125000$ となり、125000 円です。

(2) 健太さんの家では、7ページの健太さんが作った表で、容量が500 Lである冷蔵庫Bと冷蔵庫Cのどちらかを購入することになりました。そこで、健太さんとお姉さんは、冷蔵庫を購入してx年間使用するときの総費用をy円として、冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用を比べてみることにしました。

健太さん「本体価格は冷蔵庫Cの方が高いので、最初のうちは冷蔵庫Bより冷蔵庫Cの方が総費用が多いね。」
お姉さん「1年間あたりの電気代は冷蔵庫Cの方が安いので、使い続けると冷蔵庫Bより冷蔵庫Cの方が総費用が少なくなるね。」
健太さん「それなら、2つの冷蔵庫の総費用が等しくなるときがあるね。」

冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用が等しくなるおおよその使用年数を考えます。下のア、イのどちらかを選び、それを用いて冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明しなさい。
ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。

ア それぞれの冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を表す式

イ それぞれの冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を表すグラフ

出典：「平成31年度全国学力・学習状況調査」(文部科学省)

【正答】(例)

・アを選択し、次のことを記述している。
冷蔵庫Bと冷蔵庫Cについて、使用年数と総費用の関係から連立方程式をつくり、それを解いて使用年数の値を求める。

・イを選択し、次のことを記述している。
冷蔵庫Bと冷蔵庫Cについて、使用年数と総費用の関係を一次関数のグラフに表して、その交点の座標を読み取り、使用年数の値を求める。

【予想される誤答の主な原因】

誤答例としては「2つの式をつくる」や「2つのグラフをかく」が予想される。式については関数の式を方程式として解くことの説明が、グラフについては一次関数のグラフから座標を読み取るという説明が不十分であることが予想される。

授業場面で(事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明する授業)

冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの本体価格や電気代を比べると、どちらを買う方が得だと思いますか。

本体価格は冷蔵庫Bの方が安いけど、1年間の電気代は冷蔵庫Cの方が安いから、使用年数でどちらが得かは変わってきます。

それなら、2つの冷蔵庫の総費用が等しくなる時が分かればよさそうです。

Point
問題文の情報を読み取らせて内容の特徴を見いださせたり、結果の予想をさせて解決の見通しを持たせたりすることが大切です。

総費用が等しくなるおおよその年数は、何をすれば求められますか。

グラフを使えば求められます。

式を使っても求められます。

Point
式やグラフを使って求めるという解決の見通しをもたせることが大切です。

冷蔵庫をx年間使用するときの総費用をy円として、これまでに学習してきたことを参考にしながら、自分の考えを書きましょう。

Point
個人で考える時間を確保し自分の考えをノートに書かせます。自分だけで考えることが難しい生徒がいる場合は、具体的な数値を表にまとめてからグラフをかいたり、言葉の式にxとyをあてはめて式をつくらしたりすることを対話により引き出すなど個に応じた指導を行います。

自分の考えを見せながら、問題解決の過程を説明し合い、自分とは違う他者の考えをノートに書き込みましょう。

冷蔵庫Bの式は $y = 11000x + 100000$ 、
冷蔵庫Cの式は $y = 6500x + 150000$ です。
これらを連立方程式として解くと $x = \frac{100}{9}$ になり、総費用が等しくなる使用年数は、おおよそ11年です。

Point
生徒全員が説明できるように、小グループで自分の考えを説明する場面を設定します。その際、それぞれの説明内容を比較・検討させ、数学的な表現を用いた説明になるよう意識させることが大切です。

総費用が等しくなる使用年数が求められました。問題解決の過程を振り返り、グラフや式をどのように使うと使用年数が求められたのかを説明してください。

一次関数のグラフをかいて、それぞれのグラフの交点の座標を読み取りと求められました。

一次関数の式をつかって、それらを連立方程式として解くと求められました。

Point
問題解決の過程を振り返らせ、グラフや式の使い方を確認させます。このことを通して、グラフや式のよさを実感させ、それらを活用しようとする態度を育成することが大切です。また、類題に取り組みさせて学びの成果を実感させることも大切です。

導入

展開

終末

冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの購入価格表

	冷蔵庫B	冷蔵庫C
容量	500 L	500 L
本体価格	100000 円	150000 円
1年間あたりの電気代	11000 円	6500 円

2つの冷蔵庫の総費用を求める式

$$(\text{総費用}) = (\text{本体価格}) + (\text{1年間あたりの電気代}) \times (\text{使用年数})$$

冷蔵庫Bと冷蔵庫C、購入するならどちらが得か？

- ・使用年数が短いなら、本体価格が安い冷蔵庫B
- ・使用年数が長いなら、1年間あたりの電気代が安い冷蔵庫C

総費用が等しくなる使用年数は、どれくらいだろうか。

問題

めあて 総費用が等しくなるおおよその使用年数の求め方を、式やグラフを使って説明しよう。

冷蔵庫B、冷蔵庫Cについて、1年間あたりの電気代は常に一定であるとしたとき、総費用が等しくなるおおよその使用年数を求めなさい。

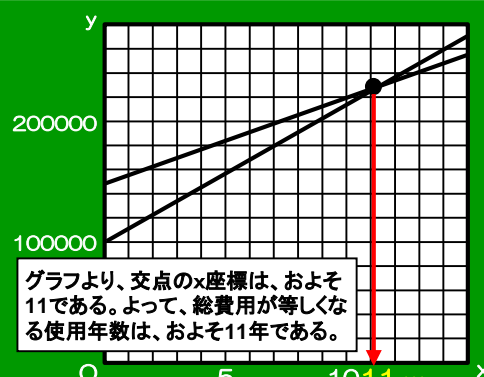
見通し

何をjって考えればよいか？

x年間使用したときの総費用y円として、

グラフを使って考えればよい。

式を使って考えればよい。



グラフより、交点のx座標は、おおよそ11である。よって、総費用が等しくなる使用年数は、おおよそ11年である。

(グラフを使った求め方)

- ① 2つの直線のグラフをかく。
- ② 交点の座標を読む。
- ③ 求める使用年数は交点のx座標

冷蔵庫Bについての式

$$y = 11000x + 100000 \quad \dots \textcircled{1}$$

冷蔵庫Cについての式

$$y = 6500x + 150000 \quad \dots \textcircled{2}$$

①、②を連立方程式として解くと

$$x = \frac{100}{9}, y = \frac{200000}{9}$$

これは、問題にあう。

よって、総費用が等しくなる使用年数は、

$$\frac{100}{9} \text{ 年で、おおよそ11年である。}$$

(式を使った求め方)

- ① 2つの式をつくる。
- ② 連立方程式として解く。
- ③ 求める使用年数は、連立方程式の解

生徒の発言の要点をまとめた教師による板書

まとめ

一次関数で表される2つの関係が等しくなるときを求めるには、グラフの交点の座標を読んだり、式を連立方程式として解いたりすればよい。

※ 授業例は、数学的な表現を用いて説明することをねらったものであり、教師の発問や板書については、生徒の実態に応じるものとする。