

H29B4(3) 証明した事柄を用いて、新たな性質を見いだすことができるかどうかをみる。

自校採点結果による正答率(43.6)%

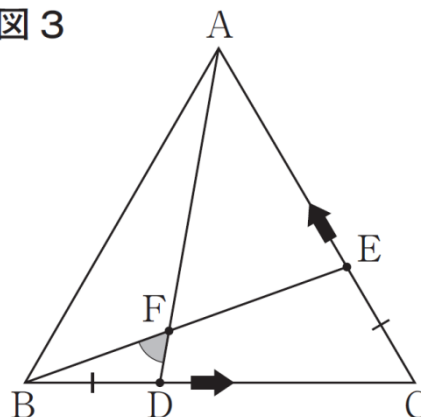
【正答】ウ

【問題】

前ページの図1において、 $\angle BAD = \angle CBE$ が成り立ちます。次の図3のように、図1の点Dは辺BC上を点Cの方向に、点Eは辺CA上を点Aの方向に、 $BD = CE$ の関係を保ったまま動きます。このとき、 $\angle BFD$ の大きさについて正しく述べているものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア $\angle BFD$ の大きさは、小さくなっていく。
- イ $\angle BFD$ の大きさは、大きくなっていく。
- ウ $\angle BFD$ の大きさは、変わらない。
- エ $\angle BFD$ の大きさは、問題の条件では決まらない。

図3



【予想される誤答の原因】

アもしくはイを選択した生徒は、点Eのみもしくは点Dのみを動かしたときの $\angle BFD$ の大きさについて考察していることが予想される。エを選択した生徒は(1)で証明した $\angle BAD = \angle CBE$ を、考察する際の参考にしていないことが予想される。

授業場面で(証明の構想を立てたり証明を振り返ったりする授業)

図1において、 $\angle BAD = \angle CBE$ であることを証明するためには、何がいえればよいでしょうか。

Point

図形の証明等の指導においては、証明をかくことよりも、証明の方針を立てて全体の流れを構想し表現できるようにすることが重要です。

$\angle BAD = \angle CBE$ をいうためには、 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ をいえばよいと思います。

$\triangle ABD \cong \triangle BCE$ をいうために、使えそうな条件や着目すべき性質や関係はないですか。

Point

証明をしていく際に使う条件や性質を想起させて、見通しをもたせます。

証明の流れがわかるように、証明の構想を立てましょう。

Point

構想段階において、方針を全体で共有しましょう。

- ① $\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ の辺や角について、等しいといえるものを探せばよい。
- ② 仮定からいえることは、 $BD = CE$ 。
- ③ $\triangle ABC$ は正三角形だから、等しいといえる辺や角がありそう。
- ④ ②、③を使うと $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ が示せそう。

図1において、 $BD = CE$ のまま点D、Eが動くとき、 $\angle BFD$ の大きさはどうなるでしょうか。

Point

1つの証明が終わった後に、図形の形を変えて観察したり、帰納によって考察したりすることにより、他に成り立つ性質を予想する活動を取り入れます。

図3において、予想したことが成り立つ根拠(理由)を明らかにしましょう。

$\triangle ABD \cong \triangle BCE$ であることからいえる。

$\angle BAD = \angle CBE$ であることからいえる。

Point

予想が成り立つかどうかを確かめる活動では、正しいといえる根拠(理由)を明確にするようにしましょう。

(例) $\triangle ABD$ において、 $\angle BAD + \angle BDA = 120^\circ$
 $\angle BAD = \angle CBE$ だから、
 $\angle CBE + \angle BDA = 120^\circ$ となり、
 $\angle BFD$ の大きさは、 60° で一定である。

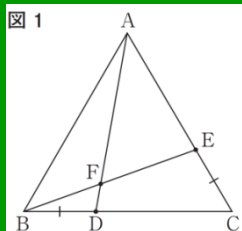
導入

展開

終末

問題

(1) 図1において $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ を示し、それをもとにして、 $\angle BAD = \angle CBE$ であることが証明できます。 $\angle BAD = \angle CBE$ となることの証明を完成しなさい。



生徒が書いた証明、もしくは生徒の発言による証明

<証明の方針>

- $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ を示せばよい
- 仮定から、 $BD = CE$ がいえる
- $\triangle ABC$ が正三角形であることより、等しい辺や角を示せばよい
- 三角形の合同条件が成り立つかどうかを調べる

めあて

理由を示しながら、図1において成り立つ性質を明らかにしよう。

<証明>

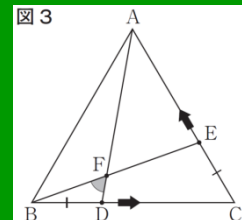
$\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ において、
 仮定より、 $BD = CE$ ①
 正三角形の辺はすべて等しいから、
 $AB = BC$ ②
 正三角形の角はすべて等しいから、
 $\angle ABD = \angle BCE$ ③
 ①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$
 合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle BAD = \angle CBE$

(3) 前ページの図1において、 $\angle BAD = \angle CBE$ が成り立ちます。次の図3のように、図1の点Dは辺BC上を点Cの方向に、点Eは辺CA上を点Aの方向に、 $BD = CE$ の関係を保ったまま動きます。このとき、 $\angle BFD$ の大きさについて正しく述べているものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア $\angle BFD$ の大きさは、小さくなっていく。
- イ $\angle BFD$ の大きさは、大きくなっていく。
- ウ $\angle BFD$ の大きさは、変わらない。
- エ $\angle BFD$ の大きさは、問題の条件だけでは決まらない。

<説明例>

$\triangle ABD$ において、
 $\angle BAD + \angle BDA = 120^\circ$
 $\angle BAD = \angle CBE$ だから、
 $\angle CBE + \angle BDA = 120^\circ$ となり、
 $\angle BFD$ の大きさは、 60° で一定である。



生徒の発言の要点をまとめた教師による板書

成り立つ性質を明らかにするためには、これまで学習した図形の性質を根拠とすればよい。また、証明したことを振り返ることにより、新たな性質が見いだせる。

中学校数学科

H29A 2 (4)

自校採点結果による正答率 (50.6) %

【正答】

$$\frac{-x+1}{4}$$

(4) 等式 $x+4y=1$ を y について解きなさい。

【出題の趣旨】

等式を目的に応じて変形することができるかどうかをみる。

【予想される誤答例】

$$\frac{x+1}{4} \quad \frac{x+1}{4} \quad \text{など}$$

【誤答の原因】

○ ある文字について解くことの意味を理解していない。等式の性質を理解していない。

【指導のポイント】

- 物の個数と値段の関係等、日常の事象における具体的な数量関係を表す式について変形させる。
- 式変形の目的を生徒自身に明確にさせて x や y について解かせる。
- 式変形を行う際、式変形の過程を説明する場面を設定し、等式が変形できる根拠を明確にさせる。

【過去の関連問題】

平成19年度全国学力・学習状況調査 A 2 (4)

平成20年度全国学力・学習状況調査 A 2 (4)

H29A 3 (3)

自校採点結果による正答率 (56.5) %

【正答】 ウ

(3) 二元一次方程式 $x+y=2$ の解について、下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア $x=1, y=1$ の1組だけが、 $x+y=2$ の解である。
- イ $x+y=2$ を成り立たせる整数 x, y の値の組だけが、 $x+y=2$ の解である。
- ウ $x+y=2$ を成り立たせる x, y の値の組のすべてが、 $x+y=2$ の解である。
- エ $x+y=2$ の解はない。

【出題の趣旨】

二元一次方程式の解の意味を理解しているかどうかをみる。

【予想される誤答例】

- ① アを選んでいる。
- ② イを選んでいる。

【誤答の原因】

- ① 二元一次方程式の解が無数にあることを理解していない。
- ② 方程式の解が整数に限定されると思い込んでいる。

【指導のポイント】

- 二元一次方程式を成り立たせる x, y の組と成り立たせない x, y の組があることを、式の値を基に判断させる。
- 様々な数を文字に代入し、二元一次方程式を成り立たせる文字の値の組を探させる。
- y について変形した式の x に様々な数を代入して y の値を求めさせ、解が無数にあることに気づかせる。

【過去の関連問題】

平成20年度全国学力・学習状況調査 A 3 (3)

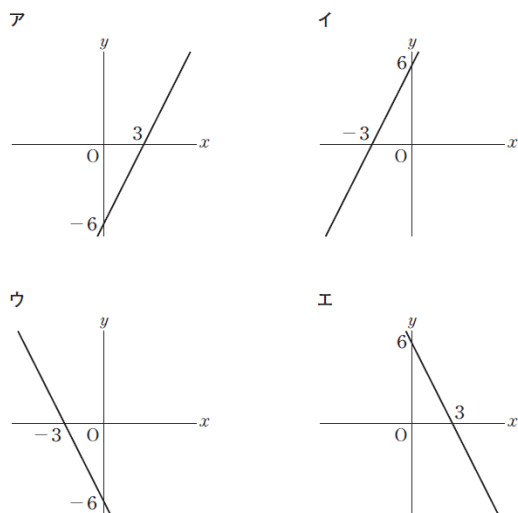
平成25年度全国学力・学習状況調査 A 3 (2)

H29A 13

自校採点結果による正答率 (61.5) %

【正答】 エ

13 下のアからエまでの中に、二元一次方程式 $2x+y=6$ の解を座標とする点の全体を表すグラフがあります。そのグラフとして正しいものを1つ選びなさい。



【出題の趣旨】

二元一次方程式を関数を表す式とみて、そのグラフの傾きと切片の意味を理解しているかどうかをみる。

【予想される誤答例】

イを選んでいる。

【誤答の原因】

○ x の係数が2であることから、傾きが2であると捉えている。

【指導のポイント】

- 二元一次方程式の式 $ax+by+c=0$ において、 x の値を1つ決めれば、それに対応して y の値が決まることから、この式が x と y の間の関数関係を表していることとみることができることを確認させる。
- 二元一次方程式を、 y について解くことによって、 y は x の一次関数であり、傾きと切片を確認した上で、グラフをかかせる。

【過去の関連問題】

平成20年度全国学力・学習状況調査 A 13