

2 の(3)

適切な事柄を判断し、その事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる問題

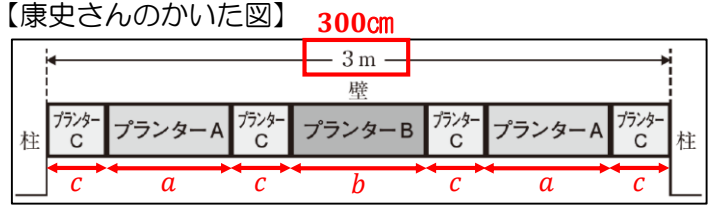
<関連する過去の問題>

H28全国B 1 (3) : 数学的な結果を事象に即して解釈することを通して、適切な事柄を判断し、その事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる問題

美化委員の恵美さんと康史さんは、学校の柱と柱の間のスペースに、花を植えたプランターを並べる計画を立てています。

(3) 康史さんは、プランターAとは横の長さが異なる直方体のプランターB、プランターCも並べたいと考え、右のような図をかきました。

【康史さんのかいた図】



康史さんのかいた図から、プランターAの横の長さを a cm、プランターBの横の長さを b cm、プランターCの横の長さを c cmとすると、 $2a + b + 4c = 300$ という式ができます。これをもとに、二人は話し合っています。

- 康史さん「柱とプランターCの間と、それぞれのプランターの間は、できるだけあけないようにしたいな。」
 恵美さん「プランターAの横の長さは60cmで、プランターBの横の長さは65cmだよ。このとき、プランターCの横の長さが30cmだったら、並べることはできるのかな。」
 康史さん「 $2a + b + 4c = 300$ という式を利用して考えられないかな。」
 恵美さん「 $a = 60$ 、 $b = 65$ になるから、 c がわかりそうだね。」

【康史さんのかいた図】のように、横の長さが60cmのプランターAと、横の長さが65cmのプランターBを並べるとき、横の長さが30cmのプランターCを4個並べることはできますか。 下のア、イの中から正しいものを1つ選び、その記号を書きなさい。また、それが正しいことの原因を、 $2a + b + 4c = 300$ の式をもとに説明しなさい。

- ア 横の長さが30cmのプランターCを4個並べることはできる。
- イ 横の長さが30cmのプランターCを4個並べることはできない。

正答の導き方

- [1] 式 $2a + b + 4c = 300$ が何を表しているのかを確認する。
- ① プランターAを2個、プランターBを1個、プランターCを4個並べたときの横の長さの合計と、柱と柱の間のスペース300cmとが等しいことを表した式である。
- [2] プランターA、プランターBの横の長さを式 $2a + b + 4c = 300$ に代入し、 c の値を求める。
- ① $a = 60$ 、 $b = 65$ を代入して、 c についての一次方程式を解く。
- ② $2 \times 60 + 65 + 4c = 300$ $c = 28.75$ となる。
- [3] [2] で求めた c の値とプランターCの横の長さ30cmを比較する。

- ① $c = 28.75$ は、柱と柱の間のスペースにすき間なく並べることができるプランターCの横の長さを表している。
- ② プランターCの横の長さ30cmと比較すると、 $28.75 < 30$ となり、柱と柱の間のスペース300cmを超えるので、並べることができない。

必要な知識・技能

- 文字の式が表す数量の意味を理解する。
- 一元一次方程式を解く。
- 方程式の解の意味を理解する。
- 文字に値を代入して、式の値を求める。

【正答例】

(記号) イ

(理由) $2a + b + 4c = 300$ の式に、 $a = 60$ 、 $b = 65$ を代入すると、 $185 + 4c = 300$ これを解くと、 $c = 28.75$ $28.75 < 30$ となるので、横の長さが30cmのプランターCを4個並べることはできない。

調査問題を活用した授業改善のための指導資料

誤答例とその原因

(誤答例1) (記号) ア

(理由) $a = 60$ 、 $b = 65$ なので、 $2a + b = 2 \times 60 + 65 = 185$

$4c = 185$ より $c = 46.25$ よって、4個並べることができる。

- ◆ 与えられた式の意味が理解できていないため、プランターAの横の長さの合計、プランターBの横の長さ、プランターCの横の長さの合計、柱と柱の間のスペースの4つの数量の関係を捉えることができていない。

(誤答例2) (記号) イ

(理由) $2a + b + 4c = 300$ に $a = 60$ 、 $b = 65$ を代入すると、

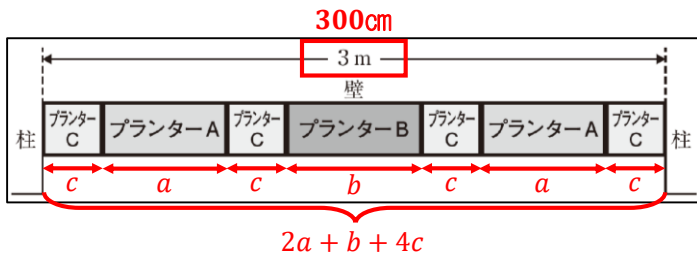
$2 \times 60 + 65 + 4c = 300$ $4c = 115$

- ◆ 数学的な表現と具体的な場面とを結びつけられていないため、 $4c = 115$ から $c = 28.75$ と求めて30と比較することや、 $4c$ の c に30を代入して120と115を比較することが必要であることを理解できていない。

授業改善のポイント

- 数学的な表現と具体的な場面とを結び付けて考えられるようにするために、式と図を提示した上で式の意味を問うたり、方程式の解が与えられた条件に当てはまるかどうかを確認させたりすることが大切です。

式 $2a + b + 4c = 300$ は、何と何が等しいことを表した式ですか。



左の図を見てわかるように、プランターAを2個、プランターBを1個、プランターCを4個並べたときの横の長さの合計と、柱と柱の間のスペース300cmが等しいことを表した式です。

上の図のようにプランターを並べるとき、 $2a + b + 4c = 300$ という式を使うと、プランターCの横の長さが求められます。どのように使えば求められますか。

この式に、 $a = 60$ 、 $b = 65$ を代入して c についての一次方程式を解けば、 c の値を求められます。

求めた c の値は何を表していますか。

求めた c の値は、柱と柱の間のスペースに、3種類のプランターをぴったり並べたときのプランターCの横の長さです。

では、プランターCの横の長さは30cmですが、柱と柱の間のスペースに入るかどうかは、どのように考えればよいでしょうか。

30cmが c の値より小さければ入りません。30cmが c の値より大きければ入りません。

いま、考えたことをもとにして、問題を解いてみましょう。

- 問題解決させる際には、見通しを持たせる段階において、すでにわかっていることや、何がいえればよいのかを確認するなど、「何を、どのように、どうするのか」が明らかになるような活動を位置付けることが大切です。