

基礎基本を含む活用力を育成する教材集

# 中学校 数学 3

令和3年3月改訂

## は じ め に

福岡県教育委員会では、児童生徒に国語、算数・数学における基礎基本を含む活用力（基礎的・基本的な知識・技能及び思考力、判断力、表現力等）を育むとともに、地域間の学力向上の取組の差を解消することを目的として、平成25年度から小学校5年生～中学校3年生向けの国語、算数・数学の教材集を作成・配布しました。各学校では、教材集を授業等で繰り返し活用し、取組の改善が図られてきました。

また、平成28年度からは、学力向上に係る検証改善サイクルを小学校中学年から一層計画的に推進するために、小学校4年生向けの教材集を新たに作成しました。これは、福岡県学校教育振興プラン（平成27年12月）において、「小学校中学年までの児童に対し、読解力と基礎的な計算能力の育成を中心とした取組等の強化を図る」とされていることに対応しています。

この度、中学校においては令和3年度から学習指導要領（平成29年告示）が全面実施となることを受けて、改訂を行いました。

本教材集は、大問（主に基礎的・基本的な知識・技能を活用する力を育成する教材）と小問（基礎基本の定着を図る教材）で構成しています。

大問については、指導計画に位置付けた次のような活用が考えられます。

- 授業の主教材として活用する。
- 適用問題や発展問題として活用する。
- 習熟度別指導等の問題として活用する。

小問については、朝の活動や家庭学習等での次のような活用が考えられます。

- 朝の10分程度の時間で小テストやプレテストとして繰り返し活用する。
- 授業（教科書の内容）と関連付け、家庭学習課題として活用する。
- 習熟度別指導等の問題として活用する。

各学校では、授業の中だけでなく、朝の学習の時間や家庭学習等における補充・発展問題として活用していただいているところですが、更に、各問題の特質に応じて、先生方の授業づくりや校内研修の際の参考資料としても活用され、基礎基本を含む活用力の向上に役立てていただくことをお願いします。

令和3年3月

福岡県教育委員会

## 目 次

### 1 教材集

○ 式の展開と因数分解 .....	2
○ 平方根 .....	7
○ 二次方程式 .....	11
○ 関数 $y = ax^2$ .....	14
○ 図形と相似 .....	19
○ 円の性質 .....	23
○ 三平方の定理 .....	28
○ 標本調査とデータの活用 .....	33

### 2 解説資料

○ 式の展開と因数分解 .....	36
○ 平方根 .....	38
○ 二次方程式 .....	40
○ 関数 $y = ax^2$ .....	42
○ 図形と相似 .....	45
○ 円の性質 .....	47
○ 三平方の定理 .....	49
○ 標本調査とデータの活用 .....	51

1 次の(1)から(4)までの式を工夫して計算しなさい。

(1)  $198^2$

(2)  $67^2 - 33^2$

(3)  $104 \times 96$

(4)  $120^2 \times 1.5 - 80^2 \times 1.5$

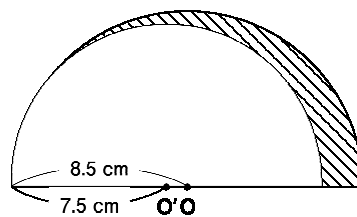
2 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)  $(x+3y-2)(x+3y+5)$  の式を展開しなさい。

(2)  $x=4, y=5$  のとき,  $(x+y)(x+4y)-(x+2y)^2$  の値を求めなさい。

(3)  $a=17$  のとき,  $a^2-14a+49$  の値を求めなさい。

- 3 右の図は、2つの半円を組み合わせたもので、点Oは半径8.5cmの半円の中心、点O'は半径7.5cmの半円の中心です。2つの半円の直径は同一の直線上にあり、直径の左端が同じ位置にあります。この図で、斜線部分の面積を求めます。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。ただし、円周率は $\pi$ とします。

- (1) 斜線部分の面積は、(半径8.5cmの半円の面積) - (半径7.5cmの半円の面積) なので、

$$\frac{\pi \times 8.5^2}{2} - \frac{\pi \times 7.5^2}{2}$$

となります。

この式は、因数分解の公式を用いると工夫して計算することができます。どの公式を使えばよいですか。下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア  $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

イ  $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

ウ  $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$

エ  $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$

- (2) 斜線部分の面積を工夫して求めます。次のアからウに当てはまる式や数を書きなさい。

$$\begin{aligned} \frac{\pi \times 8.5^2}{2} - \frac{\pi \times 7.5^2}{2} &= \frac{\pi}{2} (8.5^2 - 7.5^2) \\ &= \frac{\pi}{2} \times (8.5 + 7.5) \times ( \text{ア} ) \\ &= \frac{\pi}{2} \times 16 \times \text{イ} \\ &= \text{ウ} \end{aligned}$$

よって、斜線部分の面積は  $\text{ウ} \text{ cm}^2$

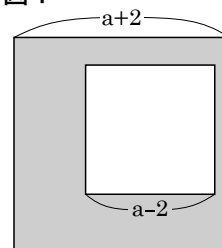
ア

イ

ウ

- 4 右の図1のように、1辺の長さが $a+2$ の正方形の中に、1辺の長さが $a-2$ の正方形があります。憲二さんは、色のついた部分の面積を求めようと考えています。

図1



憲二さんは、下のようにして求めました。

### 憲二さんの求め方

大きい正方形の1辺の長さは $a+2$ だから、その面積は、 $(a+2)^2$

小さい正方形の1辺の長さは $a-2$ だから、その面積は、 $(a-2)^2$

色のついた部分の面積は、大きい正方形の面積から小さい正方形の面積をひいた面積だから、ア

式を因数分解して整理すると、

$$\begin{aligned}
 \text{ア} &= \{(\text{イ}) + (a-2)\} \times (a+2) - (\text{ウ}) \\
 &= (\text{イ} + a-2)(a+2 - \text{エ}) \\
 &= 2a \times \text{オ} \\
 &= \text{カ}
 \end{aligned}$$

よって、色のついた部分の面積は、カである。

上の憲二さんの求め方のアからカに当てはまる文字式や数を書きなさい。

ア		イ		ウ	
エ		オ		カ	

- 5 ともやさんは、連続する2つの自然数について、その2つの自然数の2乗の差がどのような数になるかを調べています。

$$\begin{array}{rclcl} 1, 2 \text{ のとき} & 2^2 - 1^2 & = & 3 & = 1 + 2 \\ 2, 3 \text{ のとき} & 3^2 - 2^2 & = & 5 & = 2 + 3 \\ 3, 4 \text{ のとき} & 4^2 - 3^2 & = & 7 & = 3 + 4 \\ & \vdots & & \vdots & \end{array}$$

これらの結果から、連続する2つの自然数の2乗の差は、その2数の和になることを予想し、この予想が正しいことを下のように説明しました。

### ともやさんの説明

連続する2つの自然数のうち、小さい方の数を  $n$  とすると、  
連続する2つの自然数は、 $n$ 、 $n+1$  と表される。

連続する2つの自然数の2乗の差は、

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - n^2 &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \\ &= n + (\quad) \end{aligned}$$

よって連続する2つの自然数の2乗の差は、その2数の和である。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 上の説明の  $(\quad)$  に当てはまる式を書きなさい。

- (2) ともやさんは、差が2である2つの自然数の2乗の差について考えてみました。

$$\begin{array}{rclcl} 1, 3 \text{ のとき} & 3^2 - 1^2 & = & 8 & = (1+3) \times 2 \\ 2, 4 \text{ のとき} & 4^2 - 2^2 & = & 12 & = (2+4) \times 2 \\ 3, 5 \text{ のとき} & 5^2 - 3^2 & = & 16 & = (3+5) \times 2 \\ & \vdots & & \vdots & \end{array}$$

これらの結果から、次のことを予想しました。

## 予想

差が2である2つの自然数の2乗の差は，その2数の和の2倍になる。

この**予想**は正しいといえます。**ともやさんの説明**を参考にして，この**予想**が正しいことの説明を完成しなさい。

## 説明

差が2の2つの自然数のうち，小さい方の数を  $n$  とすると，  
2つの自然数は， $n$ ， $n+2$  と表される。

この2数の2乗の差は，

$$(n+2)^2 - n^2 =$$

したがって，差が2である2つの自然数の2乗の差は，その2数の和の2倍である。

(3) ともやさんは，差が3である2つの自然数の2乗の差は，どんな数になるかを考えてみたいと思い，いくつかの場合を調べました。

1. 4 のとき  $4^2 - 1^2 = 15$

2. 5 のとき  $5^2 - 2^2 = 21$

3. 6 のとき  $6^2 - 3^2 = 27$

⋮ ⋮

これらのことから，差が3の2つの自然数の2乗の差について，どのようなことが予想できますか。(2)の**予想**のように，「差が3の2つの自然数の2乗の差は，その2数の…になる。」という形で答えなさい。



1 次の文が正しければ，○を書きなさい。間違っていれば，正しい文になるように，下線部          を直しなさい。

(1)  $\sqrt{25}$  は 5 である。

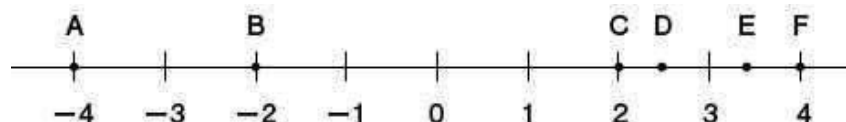
(2) 4 の平方根は 2 である。

(3)  $\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{6}$  である。

(4)  $\sqrt{(-7)^2}$  は 7 である。

2 下の  内の3つの数は，数直線上の点A，B，C，D，E，Fのどれかと対応しています。これらの数に対応する点をそれぞれ答えなさい。

$\sqrt{6}$	$-\sqrt{4}$	$\sqrt{11}$
------------	-------------	-------------



$\sqrt{6}$  ,  $-\sqrt{4}$  ,  $\sqrt{11}$

- ③  $\sqrt{20}$  と  $\sqrt{2000}$  は、小数で表したとき、 $\sqrt{20} = 4.4721\dots$ 、 $\sqrt{2000} = 44.721\dots$ と、小数点の位置を無視すれば数字の並び方が同じです。同じように、小数で表したときに数字の並び方が同じになるものはどれとどれですか。次の **ア** から **エ** までの中から **2組** 選びなさい。

**ア**  $\sqrt{0.3}$

**イ**  $\sqrt{3}$

**ウ**  $\sqrt{30}$

**エ**  $\sqrt{300}$

と

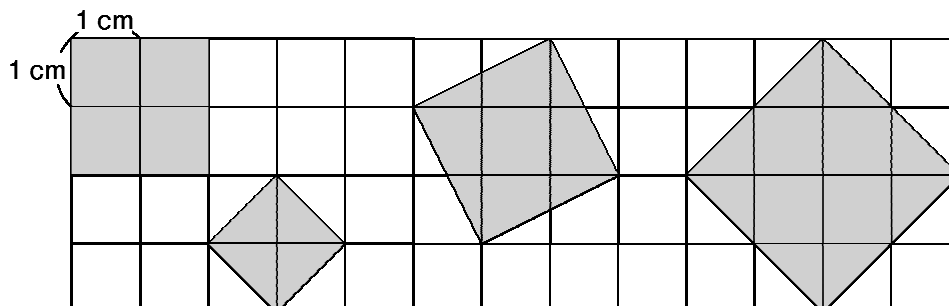
と

- ④ 2 地点間の距離を測定し、10m 未満を四捨五入して測定値(近似値)1200mを得ました。次の (1)、(2) の各問いに答えなさい。

(1) 真の値を  $a$  として、 $a$  の範囲を不等式を使って表しなさい。

(2) 測定値(近似値)1200m で、有効数字が2けたであるとき、整数部分が1けたの小数と、10の何乗かの積の形に表しなさい。

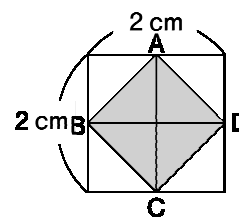
- 5 こうたさんは、1cmの方眼にいろいろな正方形をかき、正方形の面積と1辺の長さについて調べています。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 右の図の正方形 ABCD の1辺の長さは  $\sqrt{2}$  cm です。

このようになる理由を、正方形の面積をもとに説明します。下の説明を完成させなさい。



正方形 ABCD の1辺の長さを  $a$  cm, 面積を  $S$  とする。

正方形 ABCD は、4つの合同な直角二等辺三角形に分けられる。

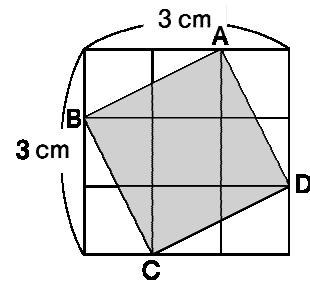
その直角二等辺三角形の1つの面積は、

$$1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

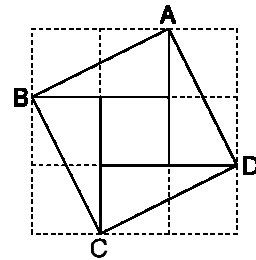
よって、 $S = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$



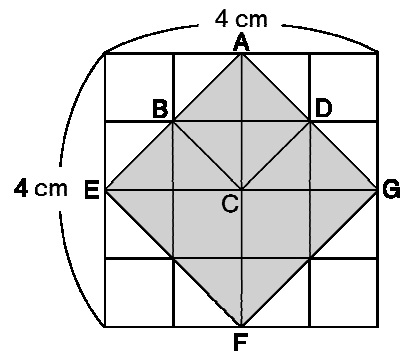
- (2) 右の図の正方形  $ABCD$  の 1 辺の長さは  $\sqrt{5} \text{ cm}$  です。このようになる理由を，正方形の面積をもとに説明しなさい。



正方形  $ABCD$  の 1 辺の長さを  $a \text{ cm}$ ，面積を  $S$  とする。  
正方形  $ABCD$  は，4 つの合同な直角三角形と 1 つの小さな正方形に分けられる。



- (3) 右の図より， $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  だと分かります。  
そのことを，図をもとに説明しなさい。



- 1 二次方程式  $x^2 - 4x = -3$  の解を求める

ために、左辺の  $x$  に 0 から 5 までの整数

$x$	0	1	2	3	4	5
左辺の値	0	-3	-4	-3	0	5

を代入して左辺の値を調べました。

この表から、二次方程式  $x^2 - 4x = -3$  の解がわかります。二次方程式  $x^2 - 4x = -3$  の解を答えなさい。また、その数を選んだ理由を説明しなさい。

解

理由

- 2 二次方程式  $x^2 + x + m = 0$  の解が有理数になるのはどんなときかを考えます。ただし、 $m$  は整数とします。次の (1)、(2) の各問いに答えなさい。

(1) 二次方程式  $x^2 + x + m = 0$  の解は、解の公式を用いると、下のような形に表すことができます。 に当てはまる文字式を書きなさい。

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{\text{ア}}}{2}$$

(2) 二次方程式  $x^2 + x + m = 0$  の解が有理数になるのは、 の文字式がどんなときか。説明しなさい。

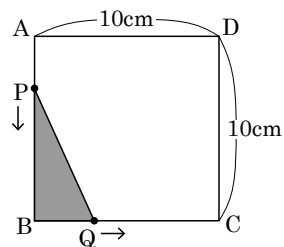
- 3 二次方程式  $x^2 - x - 6 = 0$  は、左辺を因数分解して  $(x - 3)(x + 2) = 0$  とし、

「 $a \times b = 0$  ならば、 $a = 0$  または  $b = 0$  である」ことを用いると、

となるので、解  $x = 3, -2$  を求めることができます。

上の  に当てはまる式や言葉を書きなさい。

- 4 右の図のような正方形ABCDで、点Pは点Aを出発して秒速1cmで辺AB上を点Bまで移動します。点Qは点Bを出発して点Pと同じ速さで辺BC上を点Cまで移動します。次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。



- (1) まいさんは、点Pと点Qが同時に出発するとき、点P，点Qが移動してできる△PBQに注目しました。△PBQの面積が $8\text{cm}^2$ になるのは、点P，点Qが出発してから何秒後かを、下のようにして求めました。

まいさんの求め方

点P，点Qが出発してからの時間を $x$ 秒とすると、

$$BQ = AP = x\text{cm} \quad PB = AB - AP = (10 - x)\text{cm}$$

△PBQの面積は $8\text{cm}^2$ だから、 $\frac{1}{2} \times \boxed{\text{ア}} = 8$

展開して整理すると、 $x^2 \boxed{\text{イ}} = 0$

因数分解すると、 $\boxed{\text{ウ}} = 0$ だから、

$$x = \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}$$

$0 < x < \boxed{\text{カ}}$ であるから、これらは問題に適している。

よって、△PBQの面積が $8\text{cm}^2$ になるのは、 $\boxed{\text{エ}}$ 秒後、

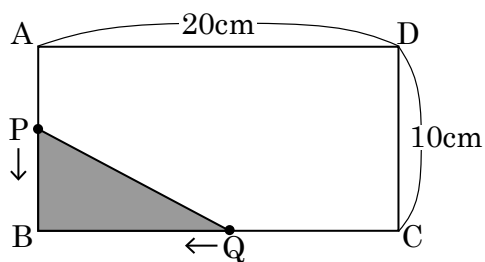
$\boxed{\text{オ}}$ 秒後である。

上のまいさんの求め方の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる文字式や数を書きなさい。

ア	<input type="text"/>	イ	<input type="text"/>
ウ	<input type="text"/>	エ	<input type="text"/>
		オ	<input type="text"/>
			カ
			<input type="text"/>

(2) 右の図のような長方形ABCDで、

点Pは点Aを出発して秒速1cmで辺AB上を点Bまで移動します。点Qは点Cを出発して点Pの2倍の速さで辺BC上を点Bまで移動します。



点P, 点Qが同時に出発するとき,  $\triangle PBQ$  の面積が  $64\text{cm}^2$  になるのは, 点P, 点Qが出発してから何秒後かを考えます。

前ページのまいさんの求め方を参考にして,  から  に当てはまる文字式を書き,  の中で計算をして求めなさい。

### 求め方

点P, 点Qが出発してからの時間を  $x$  秒とすると,

$$BQ = BC - QC = (\text{ア}) \text{ cm} \quad PB = AB - AP = (\text{イ}) \text{ cm}$$

$$\triangle PBQ \text{ の面積は } 64\text{cm}^2 \text{ だから, } \frac{1}{2} \times \text{ウ} = 64$$

展開して整理すると,

因数分解すると,

ア

イ

ウ

1 関数  $y=\frac{1}{2}x^2$  について、次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)  $x$  の値が2倍、3倍、4倍になると、それに対応する  $y$  の値は、それぞれ何倍になりますか。

(2) 右の図は、4つの関数、

$$y=\frac{1}{2}x^2$$

$$y=2x^2$$

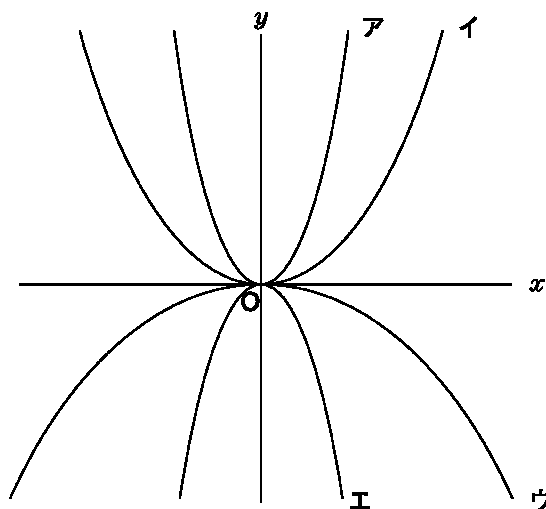
$$y=-2x^2$$

$$y=-\frac{1}{4}x^2$$

のグラフを、同じ座標軸を使ってかいたものです。ただし数値をかいていません。

$y=\frac{1}{2}x^2$  のグラフを **ア** から **エ** の中から

1つ選びなさい。




(3) 次の **ア** から **エ** の点のうち、 $y=\frac{1}{2}x^2$  のグラフ上にあるものを1つ選びなさい。

また、その点が  $y=\frac{1}{2}x^2$  のグラフ上にあると判断できる理由を書きなさい。

**ア** (1, 2)

**イ** (2, 1)

**ウ** ( $\frac{1}{2}$ , 1)

**エ** (4, 8)

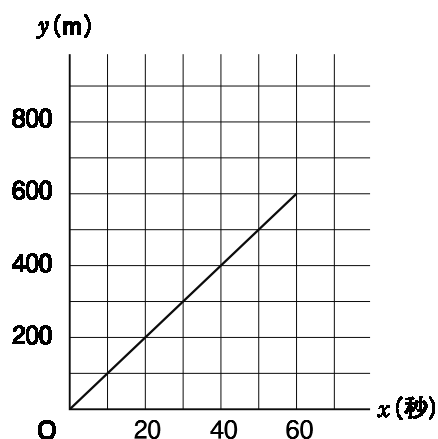
理由



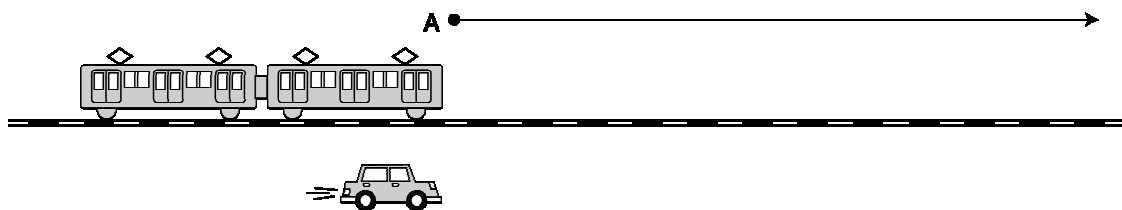
- ② まっすぐな電車の線路と、その線路に平行な道路があります。ある日、ひろしさんがこの電車に乗りました。ひろしさんのお父さんは自動車を運転して、線路に平行な道路を走っています。

ひろしさんの乗った電車がA地点を出発すると同時に、ひろしさんのお父さんの運転する自動車が毎秒10 mの速さで電車と同じ方向にA地点を通過しました。

右の図は、自動車がA地点を通過してから $x$ 秒間に進む距離を $y$  mとしたときの、60秒間の $x$ と $y$ の関係を表したグラフです。

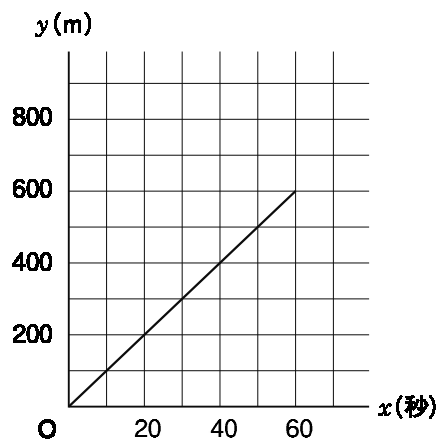


同時に、電車はA地点を出発し、  
自動車はA地点を通過する。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 電車がA地点を出発してから $x$ 秒間に進む距離を $y$  mとすると、 $0 \leq x \leq 60$ の範囲では $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係があります。このとき、 $x$ と $y$ の関係を表すグラフを、右のグラフに重ねて示しなさい。



(2) 自動車は電車に追いつかれるのは電車が出発してから何秒後ですか。その理由を, (1) のグラフをもとに説明しなさい。

**理由**

秒後

- 3 みさきさんは夏休みの宿題の課題研究で、2つの実験をしました。ボールが斜面をころがる実験1と、ボールが自然に落下する実験2です。これらは、動きはじめてからの時間を $x$ 秒、その間に動く距離を $y$ mとすると、 $y$ は $x$ の2乗に比例することが知られています。

下の図1は実験1の様子を、図2は実験2の様子をいずれも0.1秒ごとに写真に写したものです。

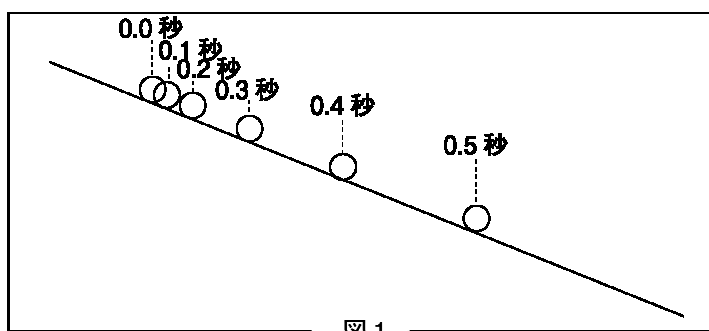


図1

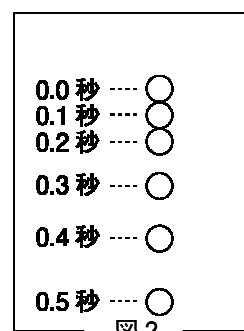


図2

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) みさきさんは、実験1でボールがころがり始めてから $x$ 秒間にころがる距離を $y$ mとして、表にまとめました。

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$y$	0	0.02	0.082	0.179	0.32

誤差に気をつけながら、みさきさんはこう考え、表に項目を付けたしました。

### みさきさんの考え方



みさき

$y$ が $x$ の2乗に比例するのだから、 $\frac{y}{x^2}$ が同じ値になるところを探して、それを正しい値とみなして、式をつくろう。

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$y$	0	0.02	0.082	0.179	0.32
$\frac{y}{x^2}$		2	2.05	1.989	2

**みさきさんの考え方**では，式は  $y=2x^2$  になります。これは， $y$  が  $x^2$  に比例する関数のどのような性質をもとにしていますか。説明しなさい。

(2) 下の表は実験2でボールが自然落下し始めてからの時間  $x$  秒と，その間の落下距離  $y$  m の関係を表しています。ただし，表の一部が破れています。

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	
$y$	0	0.05			0.80	1.25

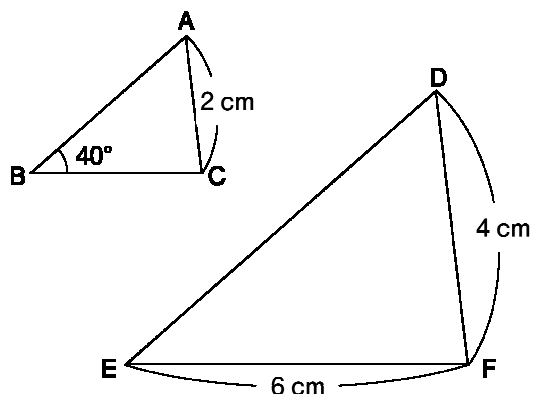
それでもみさきさんは，この表をもとに実験2の  $x$  と  $y$  の関係が  $y=5x^2$  であることを導きました。どのようにして求めたのか，書きなさい。

(3) 実験2の結果から，ボールが自然に落下するとき，500m 落ちるのにかかる時間を予測しなさい。また，そうなる理由を説明しなさい。

**ボールが 500m 落ちるのにかかる時間**

**理由**

- 1  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ,  $AC = 2\text{cm}$ ,  
 $EF = 6\text{cm}$ ,  $DF = 4\text{cm}$ ,  $\angle ABC = 40^\circ$  で  
 あるとき,  $BC$  の長さ,  $\angle DEF$  の大き  
 さをそれぞれ求めなさい。また, その長  
 さや大きさを求めるために用いる相似  
 な図形の性質を, それぞれ答えなさい。



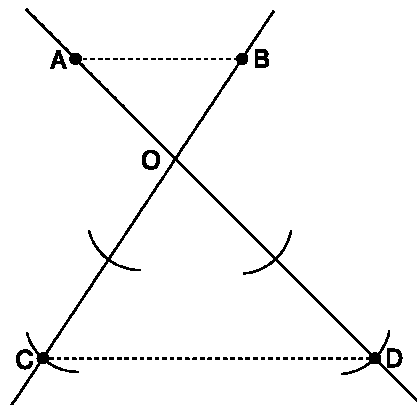
$BC$  の長さ  cm

用いる図形の性質

$\angle DEF$  の大きさ  °

用いる図形の性質

- 2 右の図のように, 直線  $AO$  と  $BO$  がありま  
 す。コンパスを使って,  $OC = 2OB$ ,  $OD = 2OA$   
 となるような点  $C$ ,  $D$  を直線  $BO$ ,  $AO$  上にそ  
 れぞれとると,  $\triangle AOB$  と  $\triangle DOC$  は相似になり  
 ます。このときの相似条件を答えなさい。



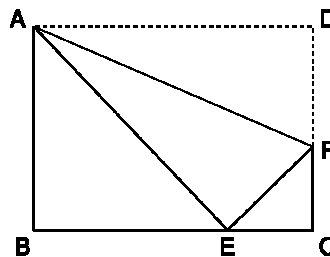
3 かなさんは、次の問題を考えています。

### 問題

右の図のように、長方形 ABCD を頂点 D が  
辺 BC 上の点 E に重なるように、AF を折り目  
として折り返しました。このとき、

$$AB : EC = BE : CF$$

となることを証明しなさい。



かなさんは、次のような**証明の方針**を考えました。

### 証明の方針

- 手順1  $AB : EC = BE : CF$  を証明するためには、 $\triangle ABE \sim \triangle ECF$  を示せばよい。
- 手順2  $\triangle ABE \sim \triangle ECF$  を示すためには、 $\triangle ABE$  と  $\triangle ECF$  において、2組の角がそれぞれ等しいことを示せばよい。
- 手順3 長方形の内角の大きさが  $90^\circ$  であることと三角形の内角・外角の性質を利用すると、 $\triangle ABE$  と  $\triangle ECF$  において、2組の角がそれぞれ等しいことを示せそうだ。

この**証明の方針**にもとづいて、 $AB : EC = BE : CF$  となることの証明を完成しなさい。

### 証明

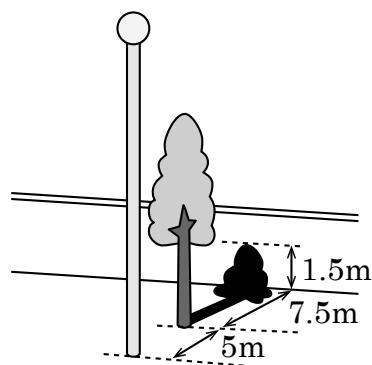
$\triangle ABE$  と  $\triangle ECF$  において、

仮定より、 $\angle ABE = \angle ECF = 90^\circ$  …①



相似な三角形の対応する辺の比は等しいから、 $AB : EC = BE : CF$  となる。

- 4 ひなたさんは、夕食後お父さんと犬の散歩に行きました。公園に立ち寄ると、街灯に照らされた木の影が<sup>へい</sup>塀に映っていました。折れ曲がった木の影が気になり、塀に映った影の高さを測ると1.5mでした。また、お父さんに聞くと、街灯の高さは11.5mということでした。

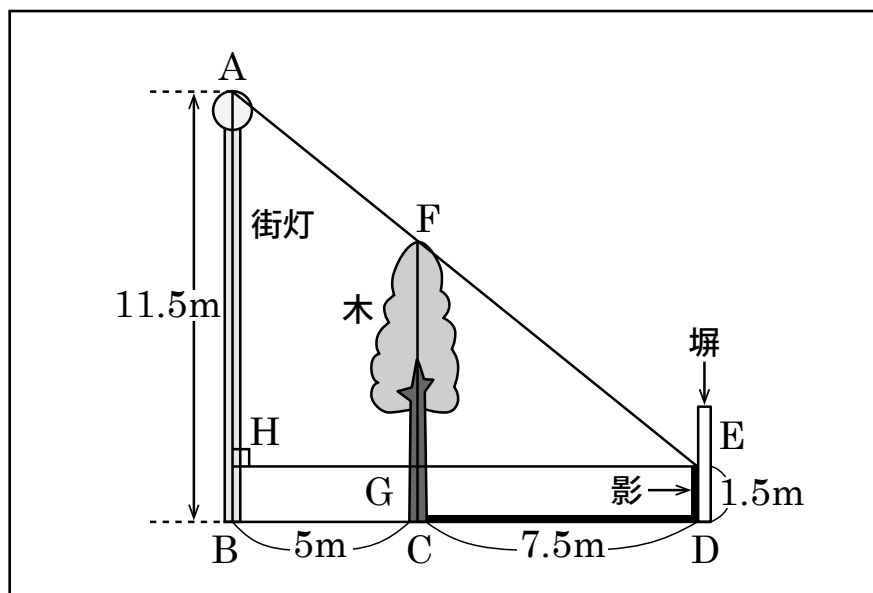


翌日、ひなたさんは、公園の街灯の高さや塀に映った影の長さから木の高さを求めようと考え、公園に行き、街灯、木、塀の位置を調べました。

木は街灯から5mのところ<sup>きょり</sup>に立っていて、木から塀までの距離は7.5mでした。

街灯や木、塀は地面に垂直であり、また、街灯と木が立っているところを結んだ直線は塀と垂直であるものとして、次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) ひなたさんは、公園の街灯と木、塀に映った木の影のようすを下のよう  
な図に表しました。



上の図をもとにして、ひなたさんは木の高さの求め方を次のページのよう  
に考えました。  に当てはまる言葉や記号を書きなさい。

## 木の高さの求め方

$\triangle AHE$  と  $\triangle$   において,

仮定と図より,  $\angle$    $= \angle FGE = 90^\circ \dots\dots ①$

共通だから,  $\angle AEH = \angle$    $\dots\dots ②$

①, ②より,  が, それぞれ等しいから,

$\triangle AHE \sim \triangle$

相似な図形の対応する辺の比は等しいことから,  $FG$  の長さを求める。

$GC =$   だから, 木の高さ  $FC$  は,  $FG +$   となる。

ア	<input type="text"/>	イ	<input type="text"/>	ウ	<input type="text"/>
エ	<input type="text"/>			オ	<input type="text"/>

(2) 木の高さの求め方をもとにして, 計算で木の高さを求めなさい。

木の高さ

(3) ひなたさんは, (1) の図をかきながら, 図を使った他の方法で木の高さを求めることができることに気づきました。どんな方法かを考えて説明しなさい。

## 図を使った他の方法の説明



- 1 円周角と中心角の関係について、次のように説明しました。下線部①と②の根拠となる図形の性質をそれぞれ答えなさい。

右の図の円Oで、 $\angle APO = \angle a$ 、 $\angle BPO = \angle b$ とすると、

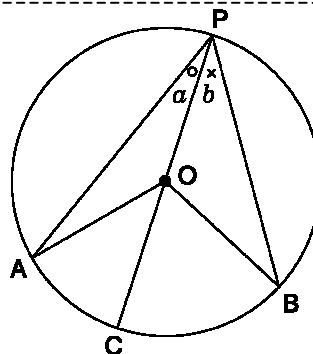
$\triangle OAP$ において、① $\angle OAP = \angle a$ 、

$\triangle OAP$ で、② $\angle AOC = \angle OPA + \angle OAP = 2\angle a$

同様にして、 $\angle BOC = 2\angle b$

したがって、 $\angle AOB = 2(\angle a + \angle b) = 2\angle APB$

すなわち、 $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$

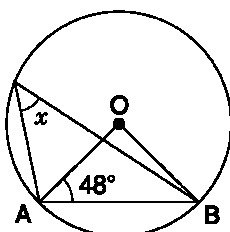


①

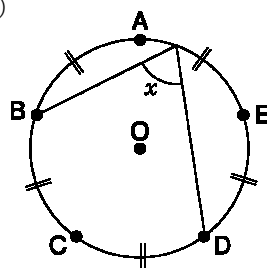
②

- 2 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



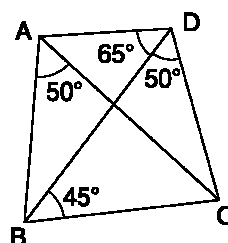

(2)



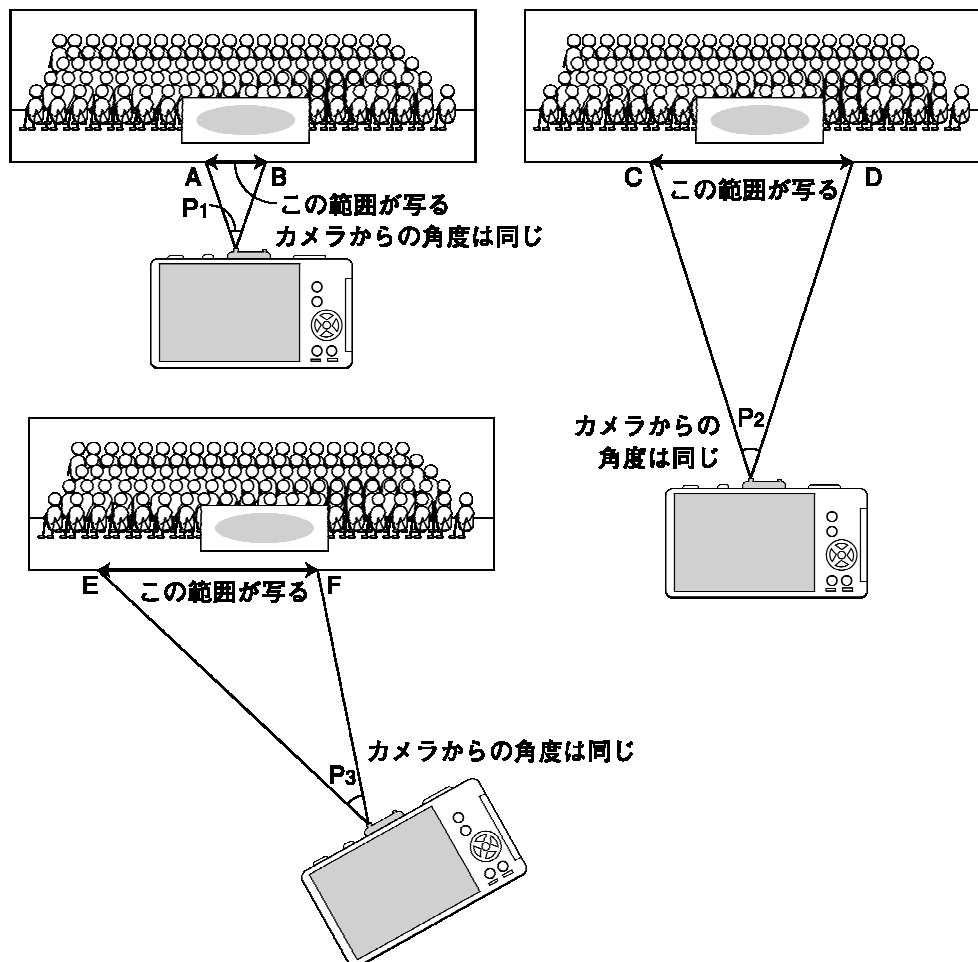

- 3 右の図で、4点A, B, C, Dはどんな位置関係にあるか答えなさい。また、その理由も書きなさい。

位置関係

理由



- 4 カメラで写せる範囲は、カメラと被写体のなす角度と距離で決まります。カメラのファインダーからのぞいて見える角度は常に一定です。すなわち、図の $\angle P_1 = \angle P_2 = \angle P_3$ です。また、被写体に近づくほど写る範囲は狭くなり、遠ざかるほど写る範囲は広がります。すなわち、図の辺 $AB < 辺 CD$ です。集合写真を撮影するときにカメラマンが後ろにさがる理由は、全員が写真に入るように写る範囲を広げるためです。



あゆみさんは、学校新聞にのせる授業中の写真をとることになりました。誰もいない教室でリハーサルをしています。

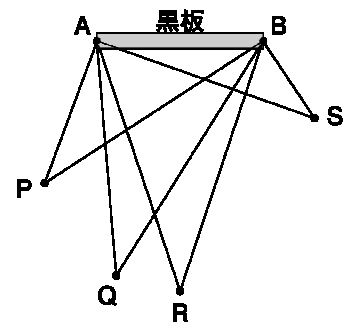
あゆみさんは、下の**条件**に合うように撮影しようと考えて、ファインダーをのぞきながら、教室の中のいろいろな場所から検討しています。

**条件**

黒板の端から端まで写真にぴったり入る

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 右の図は，教室を真上から見たとき，黒板の両端を点  $A$ ， $B$  とし，あゆみさんが検討した位置の中で，**条件**に合う位置のいくつかを点  $P$ ， $Q$ ， $R$ ， $S$  としたものです。

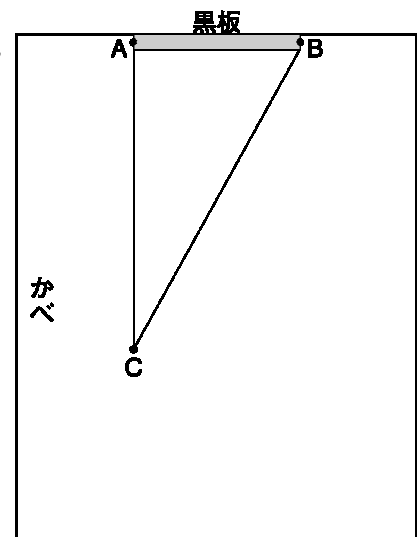


点  $P$ ， $Q$ ， $R$ ， $S$  は，1つの円周上にあります。  
なぜそういえるかを説明しなさい。

(2) あゆみさんが最終的に撮影場所とした位置は，黒板の左端（点  $A$ ）から教室の横のかべに平行に，まっすぐ後ろに下がり，ファインダーに黒板の端から端までぴったり入った位置です。

右の図は，教室を真上から見たとき，教室を長方形で表し，黒板の両端を点  $A$ ， $B$  とし，最終的に撮影場所とした位置を点  $C$  としたものです。

点  $A$ ， $B$ ， $C$  は，(1) と同じ円周上にあります。その円の中心はどこですか。言葉で書きなさい。また，その理由を説明しなさい。



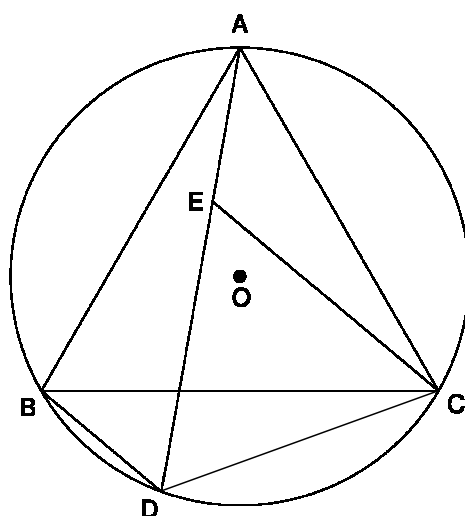
円の中心

理由

- 5 ゆうこさんは、次の**問題**を考えています。

### 問題

下の図において、 $\triangle ABC$  は正三角形で、各頂点が円  $O$  の円周上にあります。円  $O$  の円周上の、頂点  $A$  を含まないほうの弧  $BC$  上に点  $D$  をとり、線分  $AD$  上に  $AE=BD$  となる点  $E$  をとり、点  $C$  と点  $D, E$  をそれぞれ結ぶ。このとき、 $EC=DC$  となることを証明しなさい。



次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

- (1) ゆうこさんは、 $EC=DC$  となることを、図形の性質を用いて次のように証明しました。 を補い、**証明**を完成させなさい。

### 証明

$\triangle AEC$  と  $\triangle BDC$  において、 $\triangle ABC$  は正三角形だから、

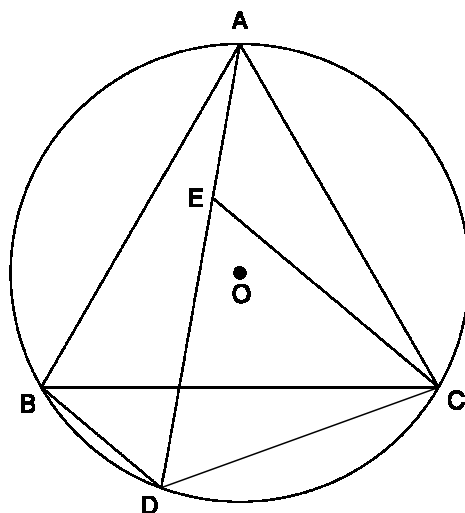
$$CA=CB \quad \cdots \textcircled{1}$$

また、仮定より、 $AE=BD \quad \cdots \textcircled{2}$



合同な図形の対応する辺は等しいことから、 $EC=DC$

(2)  $EC=DC$  が証明されると、 $\triangle EDC$  は二等辺三角形だと分かります。さらに、それ以外にも $\triangle EDC$ について分かることがあります。 $\triangle EDC$ は何という三角形ですか。名称を言葉で書きなさい。また、その理由を説明しなさい。

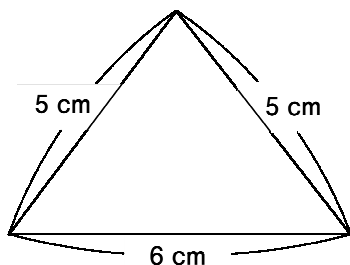


名称

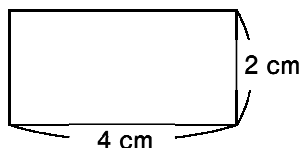
理由

1 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

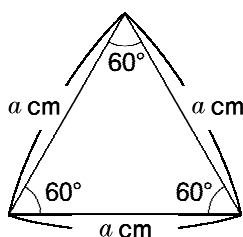
(1) 下の三角形で、底辺を6cmとしたときの高さを求めなさい。




(2) 下の長方形の対角線の長さを求めなさい。



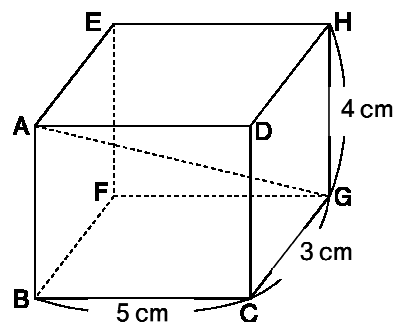

(3) 下の三角形の面積を、 $a$ を用いた式で表しなさい。




(4) 次の計算手順は、右の直方体の対角線AGの長さの求め方を示しています。

手順1  $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

手順2  $\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2}$

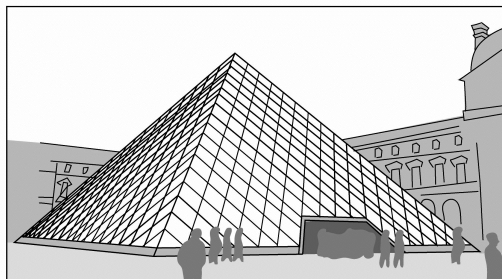


手順1と手順2は、それぞれどの直角三角形に三平方の定理を用いた計算ですか。

手順1

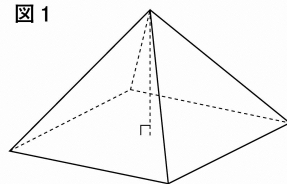
手順2

- 2 パリのルーブル美術館のエントランス（入り口）の建物はガラス張りで、ピラミッドをまねて作られています。ひろこさんは、このガラスのピラミッドの写真を観察して、この建物は図1のような、底面が正方形で側面が正三角形の正四角錐であると考えました。



底面が正方形で側面が正三角形の正四角錐みたいだわ。

図1



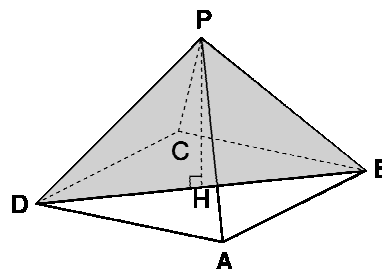
ひろこ

次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

- （1）ひろこさんは、ガラスのピラミッドの1辺の長さを30mとして、高さの求め方について、次のような**方針**を立てました。

### ひろこさんの方針

- 手順1  $\triangle ABD$  について三平方の定理を用い、BD を求める。  
手順2  $\triangle PHB$  について三平方の定理を用い、PH を求める。

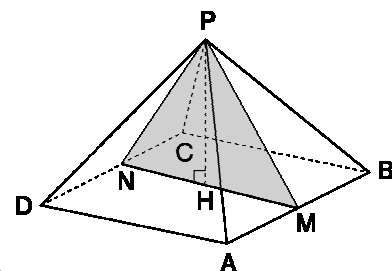


ひろこさんの**方針**に基づいて、次の□に言葉や数、式を書き込んで、PH の長さを求めなさい。

$\triangle ABD$  は直角二等辺三角形なので  $AB : BD = 1 : \sqrt{2}$  ,  $AB = 30$  (m) なので  $BD = 30\sqrt{2}$  (m)

(2) ひろこさんは、他に求め方はないか考え、  
 辺  $AB$ ,  $CD$  の中点をそれぞれ  $M$ ,  $N$  として、  
 $\triangle PMN$  をもとに求める方法に気づきました。

$\triangle PMN$  をもとに  $PH$  の長さを求めなさい。  
 ただし、どのようにして求めたか分かるように  
 書きなさい。



辺  $AB$ ,  $CD$  の中点をそれぞれ  $M$ ,  $N$  とする。

(3) (1) を振り返ると、 $\triangle PDB$  が二等辺三角形であること以外に、 $\triangle PDB$   
 について分かることがあります。それは何か答えなさい。また、そうなる理  
 由を説明しなさい。

$\triangle PDB$  は

である。

理由



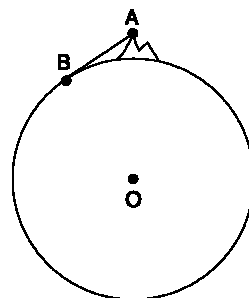
- ③ 2013年5月、史上最高齢の80歳で、三浦雄一郎さんが世界最高峰のエベレスト登頂に成功しました。はたして山頂からどれくらい遠くにまで見わたせたのでしょうか。興味をもったひろきさんは、「山頂から見わたせる距離」を求めるために、次の**方針1**を立てました。

### 方針1

右の図のように、地球の断面を、点Oを中心とする円と考え、エベレストの頂上の位置をAとする。

Aを通る円Oの接線をひき、円との接点をBとすると、線分ABの長さが見わたせる距離である。

ただし、線分ABをさえぎるものはないとする。



ひろきさんは**方針1**をもとに、線分ABの長さの求め方について、次の**方針2**を立てました。

### 方針2

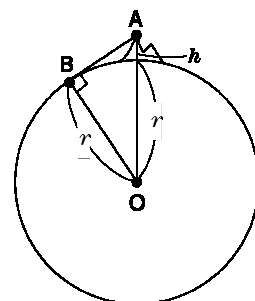
地球の半径を $r$ 、エベレストの高さを $h$ とする。

$r$ と $h$ の値がわかれば、

$\angle ABO = 90^\circ$  だから、

$\triangle ABO$  に三平方の定理を用いて、

線分ABのおよその長さを求めることができる。



また、ひろきさんはインターネットで調べた結果、次のことが分かりました。

地球の半径	約 6378km
エベレストの高さ	約 8.848km

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) **方針2**の波線部で、 $\angle ABO = 90^\circ$  といえるのはなぜですか。その理由を説明しなさい。

- (2) ひろきさんは、**方針2**をもとに、下のように考えて、線分  $AB$  の長さを  $r$  と  $h$  を用いて表してみました。

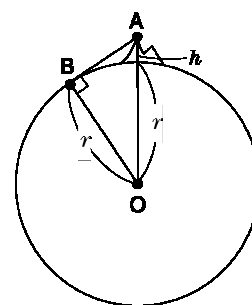
下の  の中に式を書き込んで、**ひろきさんの考え**を完成させなさい。

### ひろきさんの考え

$\triangle ABO$  で、 $BO = r$ 、 $AO = r + h$

三平方の定理より、

よって  $AB^2 = 2rh + h^2$



- (3) ひろきさんは、 $AB^2 = 2rh + h^2$  の式をみて、下のように考えました。

### ひろきさんの考え

$2rh$  に対して  $h^2$  はとても小さいので、 $h$  の値が変わっても、

$(2rh + h^2)$  の値は、 $2rh$  の値とほぼ等しい。

したがって、

$AB$  のおよその長さを求めるなら、 $AB^2 = 2rh$  と考えてよい。

$AB^2 = 2rh$  の式をもとに考えると、山の高さが4倍になると、山頂から見たせる距離は何倍になりますか。

倍

- 1 下のアからエまでの調査の中から、標本調査を行うのが適当なものをすべて答えなさい。

- ア 飛行機に乗る前の手荷物検査  
イ テレビ番組の視聴率<sup>しちょうりつ</sup>調査  
ウ ある工場で製造された電池の使用可能時間の調査  
エ ある新聞で行われる政党支持率の調査

- 2 ある工場では、1日に200個の缶詰<sup>かんづめ</sup>を製造します。この工場での月曜日から金曜日までの5日間に製造した缶詰1000個の品質を確かめるため、200個を選んで調査します。下のアからエまでのの中から、標本の選び方として適当なものをすべて答えなさい。

- ア 水曜日の200個すべてを選ぶ。  
イ 月曜日から金曜日までの毎日、最初の50個を選ぶ。  
ウ 乱数表を用いて抜き出す間隔を決め、月曜日から金曜日までの毎日50個を選ぶ。  
エ 月曜日から金曜日までの1000個を一か所に集め、順番をよく入れ替えたあと、5個おきに1つ取り出して200個を選ぶ。

- 3 ある中学校の生徒600人について、ボランティア活動への参加状況を調べるために、150人について調査を行ったところ、ボランティア活動に参加したことがあると答えた生徒は60人でした。

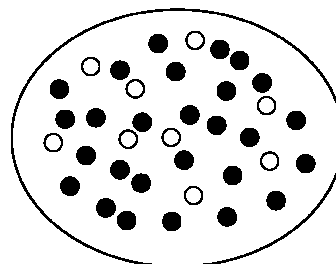
この中学校全体では、何人の生徒がボランティア活動に参加したことがあるかを推定しなさい。

- 4 標本調査を利用して、ある池にいる魚の数を調べるために、かなさんは次のような方法をとりました。

### かなさんの方法

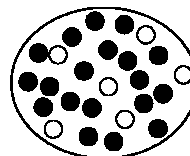
手順1 池の8か所に、えさを入れたわなをしかけて魚を捕まえました。  
つかまえた魚の数は全部で240匹でした。これらの魚全部に印をつけて、池に返しました。

池にいる魚全体



手順2 1週間後に、同じようにして魚を捕まえました。  
捕まえた魚の数は全部で210匹でした。

1週間後に捕まえた魚



手順3 2度目に捕まえた魚の中に、印をつけた魚が70匹いました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) この標本調査において、母集団と標本はそれぞれ何にあたりますか。

次のアからエまでの中から1つずつ選びなさい。

- ア ある池にいる全部の魚
- イ はじめに捕まえた240匹の魚
- ウ 1週間後に捕まえた210匹の魚
- エ ウの中にいた印のついた70匹の魚

母集団

標本

- (2) **かなさんの方法**の手順2で、1週間の期間をあけて魚を捕まえた理由を、「母集団」、「無作為」という言葉を使って説明しなさい。

魚を池に返してすぐに再び魚を捕まえると、同じ魚が捕まる可能性が高くなる。

- (3) 池全体にいる魚の数を  $x$  匹とおき、**かなさんの方法**での結果から比例式を作り、 $x$ を求めなさい。ただし、求め方が分かるように書きなさい。

- 1 ■正答 (1) 39204 (2) 3400 (3) 9984 (4) 12000
- 2 ■正答 (1)  $x^2+6xy+9y^2+3x+9y-10$  (2) 20 (3) 100
- 3 設問(1) ■正答 エ  
 設問(2) ■正答 ア 8.5-7.5 イ 1 ウ  $8\pi$
- 4 ■正答 ア  $(a+2)^2-(a-2)^2$  イ  $a+2$  ウ  $a-2$  エ  $a+2$  オ 4 カ  $8a$

5

1 出題の趣旨

連続する2つの自然数について、予想された事柄を読み、次のことができるかどうかをみる。

- ・事柄が成り立つ理由を説明すること。
- ・発展的に考え、予想した事柄を説明すること。

2 各設問の趣旨

- 設問(1) 与えられた証明を事象に照らして解釈し、結論に合うように式を変形しているかどうかをみる。
- 設問(2) 予想された事柄が成り立つ理由を、文字式を用いて説明することができるかどうかをみる。
- 設問(3) 発展的に考え、予想した事柄を「～は、…になる。」という形で表現できるかどうかをみる。

3 学習指導要領における内容・領域

- 設問(1) …A 数と式(1)ア(エ)
- 設問(2)(3) …A 数と式(2)ア(イ), イ(イ)

4 評価の観点

- 設問(1) …知識・技能
- 設問(2)(3) …思考・判断・表現

5 正答と解説

- 設問(1) ■正答  $n+1$
- 設問(2) ■正答 (例)

$$\begin{aligned}
 & n^2+4n+4-n^2 \\
 &=4n+4 \\
 &=2(2n+2) \\
 &=2\{n+(n+2)\} \\
 & n+(n+2) \text{は差が} 2 \text{である} 2 \text{つの自然数の和だから,} \\
 & 2\{n+(n+2)\} \text{は差が} 2 \text{である} 2 \text{つの自然数の和の} 2 \text{倍である。}
 \end{aligned}$$

■解説  $2\{n+(n+2)\}$ に変形して、次の(a), (b)の両方を記述しているものを正答(◎)とする。

(a)  $n+(n+2)$ は差が2である2つの自然数の和だから、

(b)  $2\{n+(n+2)\}$ は差が2である2つの自然数の和の2倍である。

(a) (b)のみを記述しているものを正答(○)とする。

$2(2n+2)=4n+4$ ,  $2\{n+(n+2)\}=4n+4$ より結論づけても正答(○)とする。

設問(3) ■正答 (例) 差が3の2つの自然数の2乗の差は、その2数の和の3倍になる。

■解説 「○○は、◇◇になる。」という形で、次の(a), (b)の条件を満たし、成り立つ事柄を記述しているものを正答(◎)とする。

(a) ○○が、「差が3である2つの自然数の2乗の差」である。

(b) ◇◇が、「2つの自然数の和の3倍」である。

上記(a)で、○○が「2つの自然数の2乗の差」という形で記述しているものも正答(○)とする。

1 ■正答 (1) ○ (2)  $\pm 2$  (3)  $2\sqrt{3}$  (4) ○

2 ■正答  $\sqrt{6} \cdots D$ ,  $-\sqrt{4} \cdots B$ ,  $\sqrt{11} \cdots E$

3 ■正答 アとウ, イとエ

4 ■正答 (1)  $1195 \leq a < 1205$  (2)  $1.2 \times 10^3$

5

#### 1 出題の趣旨

正方形の面積が(1辺の長さ)×(1辺の長さ)であることを用い、次のことができるかどうかをみる。

・  $\sqrt{2}$  や  $\sqrt{5}$  の長さの線分の存在を示すこと。

・  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  となることを説明すること。

#### 2 各設問の趣旨

設問(1)(2) 正方形の1辺の長さと面積の関係から、1辺の長さが  $\sqrt{2}$  や  $\sqrt{5}$  になることを説明することができるかどうかをみる。

設問(3)  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  となることを、図形の性質と平方根を用いて説明できるかどうかをみる。

#### 3 学習指導要領における内容・領域

設問(1)(2)(3) … A 数と式 (1) ア(ア), ア(ウ), イ(イ)

#### 4 評価の観点

設問(1)(2)(3) … 思考・判断・表現

#### 5 正答と解説

設問(1) ■正答(例)

$$S = a^2 \text{ なので, } a^2 = 2(\text{cm}^2)$$

$$a = \pm \sqrt{2}(\text{cm})$$

長さは正でなければならないので、1辺の長さは  $\sqrt{2} \text{ cm}$  となる。

■解説 次の(a), (b)の両方を記述し、結論として「1辺の長さは  $\sqrt{2} \text{ cm}$ 」としているものを正答(◎)とする。

(a)  $S = a^2$

(b) 長さは正の値でなければならない

表現が不十分でも、上記の内容を示していると判断できるものは正答(○)とする。



設問（2） ■正答（例）

その直角三角形1つの面積は、 $2 \times 1 \div 2 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$

また、中央の小さな正方形の面積は、 $1 \times 1 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、 $S = 1 \times 4 + 1 = 5 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S = a^2$  なので、 $a^2 = 5 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$a = \pm \sqrt{5} \text{ (cm)}$$

長さは正でなければならないので、1辺の長さは $\sqrt{5} \text{ cm}$ となる。

■解説 次の（a），（b）の両方を記述し、結論として「1辺の長さは $\sqrt{5} \text{ cm}$ 」  
としているものを正答（◎）とする。

（a） $S = a^2$

（b）長さは正の値でなければならない

（b）を記述していないものを正答（○）とする。

表現が不十分でも、上記の内容を示していると判断できるものは正答（○）とする。

設問（3） ■正答（例）

正方形AEFGは、正方形ABCDと合同な正方形4つに分けられる。

正方形AEFGの1辺の長さは、正方形ABCDの1辺の長さの2倍

だから、 $\sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$ 。

正方形AEFGの面積は、正方形ABCDの面積の4倍だから、  
 $2 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$ 。

面積より、正方形AEFGの1辺の長さは、 $\sqrt{8} \text{ (cm)}$ 。

よって、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ といえる。

■解説 正方形AEFGと正方形ABCDとの関係より次の（a），（b），（c）  
について記述しているものを正答（◎）とする。

（a）正方形AEFGの1辺の長さが $2\sqrt{2} \text{ (cm)}$ であること。

（b）正方形AEFGの面積が $8 \text{ cm}^2$ で、1辺の長さは、 $\sqrt{8} \text{ (cm)}$ であること。

（c）この2つは等しいので $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ といえる。

表現が不十分でも、上記の内容を示していると判断できるものは正答（○）とする。

正方形AEFGと正方形ABCDとの関係を用いていないものは誤答（×）とする。

1 ■正答 解  $x=1, 3$

理由 (例) 左辺と右辺の値が等しくなるから。(例)  $x=1, x=3$  を代入したときの左辺の値が $-3$ で、右辺の $-3$ と等しくなるから。

2 ■正答 (1)  $1-4m$

(2) (例)  $1-4m$  が整数の2乗の数になるとき。

■解説 (1)  $1^2-4m$  は正答(○)とする。

3 ■正答  $x-3=0$ , または  $x+2=0$

4

1 出題の趣旨

方程式を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・具体的な事象の中から数量の関係を適切に捉え、方程式をつくり、その方程式を解くこと。
- ・求めた解が問題に適しているかどうかを判断し、問題の答えを求めること。

2 各設問の趣旨

設問(1) 点の動きを適切にとらえ、三角形の面積を求める公式を利用して方程式をつくり、その方程式を解くことができるかどうかをみる。

設問(2) 求めた解が問題に適しているかどうかを判断し、適していない場合は問題の答えから除外することができるかどうかをみる。

3 学習指導要領における内容・領域

設問(1)(2)…A 数と式(3)ア(イ), イ(イ)

4 評価の観点

設問(1)(2)…思考・判断・表現

5 正答と解説

設問(1) ■正答 ア  $x(10-x)$  イ  $-10x+16$  ウ  $(x-2)(x-8)$   
エ 2 オ 8 カ 10

- 解説 ① アは、「 $x \times (10-x)$ 」を正答(○)とする。  
② ウは、「 $(x-8)(x-2)$ 」を正答(◎)とする。  
③ エ, オは、「エ 8, オ 2」を正答(◎)とする。

### 第3学年 数学 単元「二次方程式」 解説資料

設問(2) ■正答    ア  $20-2x$     イ  $10-x$     ウ  $(20-2x)(10-x)$

(例)

(展開して整理すると,)  $x^2-20x+36=0$

(因数分解すると,)  $(x-2)(x-18)=0$  だから,

$$x=2, 18$$

$0 < x < 10$  であるから,  $x=2$  は問題に適しているが,  $x=18$  は問題に適していない。

よって,  $\triangle PBQ$ の面積が  $64\text{cm}^2$ になるのは, 2秒後である。

■解説 ① 次の(a), (b), (c), (d), (e)について記述しているものを正答(◎)とする。

(a) (展開して整理すると,)のあとに,「 $x^2-20x+36=0$ 」

(b) (因数分解すると,)のあとに,「 $(x-2)(x-18)=0$  だから,  $x=2, 18$ 」

(c) 「 $0 < x < 10$  であるから,」

(d) 「 $x=2$  は問題に適しているが,  $x=18$  は問題に適していない。」

(e) 「2秒後である。」

② (d)で「 $x=2$  は問題に適している」または「 $x=18$  は問題に適していない」のどちらかが書かれていれば, 正答(○)とする。

③ (e)がないものは, 正答(○)とする。

1 設問（1）■正答  $y$  の値は4倍，9倍，16倍になる。

設問（2）■正答 イ

設問（3）■正答 エ，理由（例） $y=\frac{1}{2}x^2$  の  $x$  に4を代入すると， $y$  は8になるから。

2

1 出題の趣旨

関数  $y=ax^2$  を利用した問題解決の場面において，次のことができるかどうかをみる。

- ・二つの数量の変化や対応から関数関係を捉え，比例のグラフを正確に表すこと。
- ・グラフを的確に読み取り，変化や対応の様子を捉えること。
- ・グラフを用いて問題を解決し，その過程を説明すること。

2 各設問の趣旨

設問（1）二つの数量の変化や対応から関数関係を捉え，比例のグラフを正確に表すことができるかどうかをみる。

設問（2）与えられた関数  $y=ax^2$  と比例のグラフを的確に読み取り，変化や対応の様子を捉えることができるかどうかをみる。

3 学習指導要領における内容・領域

設問（1）…〔第1学年〕C 関数（1）ア(エ)

設問（2）…C 関数（1）イ(ア)，イ(イ)

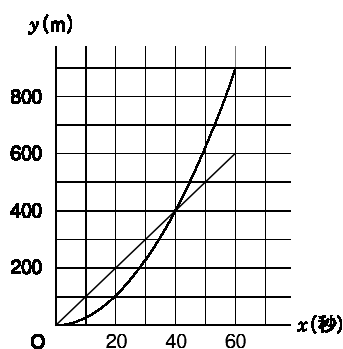
4 評価の観点

設問（1）…知識・技能

設問（2）…思考・判断・表現

5 正答と解説

設問（1）■正答



■解説 電車が進むようすを表すグラフは， $y=\frac{1}{4}x^2$  の放物線のグラフになる。

設問（2） ■正答 40

理由 （例）追いつかれる時間は2つのグラフの交点の  $x$  座標にあたるので、交点の  $x$  座標の値を読むと  $x=40$  だから。

■解説 根拠を正しく記述していると読み取れるものは正答（○）とする。  
根拠の記述なく交点だけ読んでいるものは誤答（×）とする。

### 3

#### 1 出題の趣旨

与えられた情報を読み、次のことができるかどうかをみる。

- ・必要な情報を読み取り、事象を数学的に解釈すること。
- ・問題解決の方法を数学的に説明すること。

#### 2 各設問の趣旨

設問（1） 具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして関数  $y=ax^2$  とみなし、表、式を用いて考えることができるかどうかをみる。

設問（2） 与えられた表の一部から特徴を見出し、関数  $y=ax^2$  の関係を式を用いて表現することができるかどうかをみる。

設問（3） 具体的な事象の中で、関数  $y=ax^2$  を利用することにより変化や対応の様子について予測することができるかどうかをみる。

#### 3 学習指導要領における内容・領域

設問（1）…C 関数（1）ア(ア)

設問（2）（3）…C 関数（1）イ(ア), イ(イ)

#### 4 評価の観点

設問（1）…知識・技能

設問（2）（3）…思考・判断・表現

#### 5 正答と解説

設問（1） ■正答 （例）  $y$  が  $x$  の2乗に比例する関数では、 $\frac{y}{x^2}$  が比例定数になる。

設問（2） ■正答 （例）  $y$  が  $x$  の2乗に比例するのだから、 $\frac{y}{x^2}$  が同じ値になるところを探して、それを正しい値とみなして、式をつくれればよい。

$$\frac{0.05}{(0.1)^2} = 5, \quad \frac{0.80}{(0.4)^2} = 5. \text{ どちらも } 5 \text{ になるので, } y = 5x^2 \text{ と求めることができる。}$$

### 第3学年 数学 単元「関数 $y=ax^2$ 」 解説資料

- 解説 本文にある**みさきさんの考え方**におおむね沿っているものを正答（○）とする。  
それ以外の方法でも、比例の関係を用いて正しく導いていれば正答（○）とする。

設問（3） ■正答 ボールが 500m 落ちるのにかかる時間 10 秒

理由 （例） $y$  が  $x$  の 2 乗に比例することが分かっており、みさきさんの式から  $y=5x^2$  である。 $y$  が 500（m）のときの  $x$  を求めると、

$$500 = 5x^2$$

$$x^2 = 100$$

$x$  は正なので、 $x = \sqrt{100} = 10$ （秒）と予測できる。

- 解説 次の（a）、（b）の両方を満たしているものを正答（◎）とする。  
（a） $y=5x^2$  に  $y=500$  を代入して、 $x$  の値を求めていること  
（b） $x$  は正なので、 $x=10$ （秒）を求め、予測していること  
文章表現が不十分でも、上記の内容を説明していると判断できれば正答（○）とする。

1 ■正答 BC の長さ : 3cm

用いる図形の性質 : 相似な図形では, 対応する線分の長さの比はすべて等しい。

$\angle DEF$  の大きさ :  $40^\circ$

用いる図形の性質 : 相似な図形では, 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

2 2組の辺の比と, その間の角がそれぞれ等しい。

3

1 出題の趣旨

相似を利用した問題解決の場面において, 示された方針に基づいて, 2つの三角形が相似であることを証明することができるかどうかをみる。

2 設問の趣旨 問題文に与えられた図形の性質などを, 方針にしたがって, 三角形の相似条件を用いて証明することができるかどうかをみる。

3 学習指導要領における内容・領域

B図形 (1) ア(ア), イ(ア)

4 評価の観点

思考・判断・表現

5 正答と解説

■正答 (例)

三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和に等しいので,

$$\angle AEC = \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ + \angle BAE \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{また, } \angle AEC = \angle AEF + \angle FEC = 90^\circ + \angle FEC \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より, } \angle BAE = \angle FEC \quad \cdots \textcircled{4}$$

①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいので,  $\triangle ABE \sim \triangle ECF$  となる。

■解説  $\angle BAE = \angle FEC$  を, 根拠をもって明らかに示していると判断できれば正答 (○) とする。

- 日常生活の場面で，三角形の相似を利用して，次のことができるかどうかをみる。
- 相似の関係にある三角形を見出し，三角形の相似条件を用いて証明すること。
- 相似な図形の性質を利用して問題を解決すること。
- 縮図を利用して実際の長さを求める方法を説明すること。

設問 (3) 縮図を利用して、必要な部分の長さを求める方法を説明できるかどうかをみる。



- 1 ■正答 ①二等辺三角形の底角は等しい。  
②三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しい。
- 2 設問(1) ■正答  $42^\circ$   
設問(2) ■正答  $72^\circ$
- 3 ■正答 位置関係 1つの円周上にある。  
理由  $\angle BAC = \angle BDC$  なので、円周角の定理の逆より1つの円周上にある。

4

#### 1 出題の趣旨

日常的な事象に対して図形の性質を活用して、事象を数学的に解釈することができるかどうかをみる。

#### 2 各設問の趣旨

設問(1) 具体的な事象の中にあるいくつかの点が、1つの円周上にあることを説明できるかどうかをみる。

設問(2) 半円の弧に対する円周角が  $90^\circ$  であることを利用して、円の中心を求めることができるかどうかをみる。

#### 3 学習指導要領における内容・領域

設問(1)(2) … B図形(2) イ(イ)

#### 4 評価の観点

設問(1)(2) … 思考・判断・表現

#### 5 正答と解説

設問(1) ■正答 (例) 4点 P, Q, R, S は直線 AB に対して同じ側にあり、 $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB = \angle ASB$  だから、円周角の定理の逆より、点 P, Q, R, S は1つの円周上にあるといえる。

■解説 次の (a), (b), (c) の3つを満たしているものを正答(◎)とする。

(a) 4点 P, Q, R, S は直線 AB に対して同じ側にある

(b)  $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB = \angle ASB$  である

(c) 円周角の定理の逆より、点 P, Q, R, S は1つの円周上にある

(b), (c) のみ記述しているものは正答(○)とする。

設問(2) ■正答 円の中心 辺 BC の中点

理由 (例)  $\angle CAB = 90^\circ$  だから、辺 BC は円の直径であり、中心は辺 BC の中点となる。

■解説 次の (a), (b) の両方を満たしているものを正答(◎)とする。

(a)  $\angle CAB = 90^\circ$  , 辺 BC は円の直径であることを記述している

(b) 中心は辺 BC の中点となることを記述している

5

1 出題の趣旨

円の性質を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・与えられた図の中から円の性質，合同条件などを見い出し，事象が成り立つことを証明すること。
- ・円周角の定理を利用して，図形の性質を的確に捉えること。

2 各設問の趣旨

設問（1） 与えられた図の中から円の性質，合同条件などを見い出すことができるかどうかをみる。

設問（2） 円周角の定理を利用して，図形の性質を的確に捉えることができるかどうかをみる。

3 学習指導要領における内容・領域

設問（1）（2）…B図形（2）ア(ア)，イ(イ)

4 評価の観点

設問（1）（2）…思考・判断・表現

5 正答と解説

設問（1） ■正答 （例）弧  $CD$  に対する円周角であることより， $\angle CAE = \angle CBD$  …③  
①，②，③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，  
 $\triangle AEC \equiv \triangle BDC$

■解説 次の（a），（b）の両方を満たしているものを正答（◎）とする。

（a）弧  $CD$  に対する円周角であることより， $\angle CAE = \angle CBD$  となることを記述している

（b）2辺とその間の角がそれぞれ等しいので， $\triangle AEC \equiv \triangle BDC$  となることを記述している

「2辺とその間の角がそれぞれ等しい」の記述がないものは，不十分な証明として誤答（×）とする。

設問（2） ■正答 名称 正三角形

理由 （例） $\triangle ABC$  は正三角形なので， $\angle ABC = 60^\circ$  となる。 $\widehat{AC}$  に対する円周角なので， $\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$  となる。  
 $EC = DC$  なので， $\triangle EDC$  は二等辺三角形であり， $\angle EDC = \angle DEC = 60^\circ$  となる。  
 $\angle EDC = 60^\circ$  となり，3つの内角が等しいので， $\triangle EDC$  は正三角形である。

■解説 円周角の定理を用いて，二等辺三角形の底角が  $60^\circ$  であることを示しているものを正答（○）とする。

- 1 設問(1) ■正答 4 cm 設問(2) ■正答  $2\sqrt{5}$  cm 設問(3) ■正答  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \text{ cm}^2$   
 設問(4) ■正答 手順1:  $\triangle CDG$  ( $\triangle DGH$ ,  $\triangle ABF$ ,  $\triangle AEF$  も可)  
 手順2:  $\triangle ADG$  ( $\triangle AFG$  も可)

2

1 出題の趣旨

三平方の定理を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。  
 ・与えられた図形の中に直角三角形を見出し、三平方の定理を用いて、高さを求めること。  
 ・三平方の定理の逆を用いて、図形についての考察ができること。

2 各設問の趣旨

- 設問(1) 方針に従い、三平方の定理を用いて、高さを求めることができるかどうかをみる。  
 設問(2) 与えられた図形の中に直角三角形を見出し、三平方の定理を用いて、高さを求めることができるかどうかをみる。  
 設問(3) 三平方の定理の逆を用いて、図形の計量ができるかどうかをみる。

3 学習指導要領における内容・領域

設問(1)(2)(3)…B 図形(3) ア(ア), イ(イ)

4 評価の観点 設問(1)(2)(3)…思考・判断・表現

5 正答と解説

設問(1) ■正答 (例)  $BH = \frac{1}{2}BD = 15\sqrt{2}$  (m),  $BP = 30$  (m),  
 $\triangle PHB$  は  $\angle PHB = 90^\circ$  の直角三角形なので、三平方の定理より、  
 $PH^2 = 30^2 - (15\sqrt{2})^2 = 900 - 450 = 450$ ,  
 $PH > 0$  より  $PH = \sqrt{450} = 15\sqrt{2}$  (m)

■解説 「 $PH > 0$ 」の記述がないものは正答(○)とする。

設問(2) ■正答 (例)  $\triangle PAB$  は正三角形なので、 $\triangle PAM$  は  $\angle PAM = 60^\circ$ ,  
 $\angle APM = 30^\circ$ ,  $\angle PMA = 90^\circ$  の直角三角形になる。  
 $PA : PM = 2 : \sqrt{3}$ ,  $PA = 30$  (m) なので、 $PM = 15\sqrt{3}$  (m)  
 $MH = \frac{1}{2}MN = 15$  (m),  $\triangle PHM$  は  $\angle PHM = 90^\circ$  の直角三角形なので、  
 三平方の定理より、  
 $PH^2 = (15\sqrt{3})^2 - 15^2 = 675 - 225 = 450$ ,  
 $PH > 0$  より  $PH = \sqrt{450} = 15\sqrt{2}$  (m)

設問（3） ■正答 DBを斜辺とする直角三角形

理由（例） $PD=PB=30$ （m）， $DB=30\sqrt{2}$ （m）より，

三平方の定理の逆が成り立つから。

■解説  $\triangle ABD \equiv \triangle PBD$ （三辺相等）も正答（◎）とする。

### 3

#### 1 出題の趣旨

三平方の定理，円と接線の性質を用いて具体的な事象を捉え，次のことができるかどうかをみる。

- ・三平方の定理と円の接線の性質を用いて，問題解決に生かすこと。
- ・与えられた図形の中に直角三角形を見い出し，日常生活の場面で対象を理想化や単純化することで，図形を計量すること。

#### 2 各設問の趣旨

設問（1） 円の中心と接点を通る直線と，接線が垂直になることを見い出すことができるかどうかをみる。

設問（2） 日常生活の場面で対象を理想化や単純化することで，三平方の定理を用いて図形を計量することができるかどうかをみる。

設問（3） 事象を理想化や単純化することで関数とみなして考察することがことができるかどうかをみる。

#### 3 学習指導要領における内容・領域

設問（1）（2）（3）… B図形（3）ア（ア），イ（イ）

#### 4 評価の観点

設問（1）…知識・技能

設問（2）（3）…思考・判断・表現

#### 5 正答と解説

設問（1） ■正答 （例）円の接線の性質から，接線は，接点を通る半径と垂直になる。直線ABは円の接線で，辺OBは接点を通る半径だから， $\angle ABO=90^\circ$ といえる。

設問（2） ■正答 （例） $AB^2=AO^2-BO^2$

$$=(r+h)^2-r^2$$

$$=r^2+2rh+h^2-r^2$$

■解説 次の（a），（b）の両方を満たすものを正答（◎）とする。

（a） $AB^2=AO^2-BO^2$ を記述している

（b）三平方の定理を用いて， $r^2+2rh+h^2-r^2$ を求めている

（b）のみを満たすものを正答（○）とする。

設問（3） ■正答 2倍

■解説  $AB^2=2rh$ より，山の高さ $h$ が4倍になったときに山頂から見わたせる

距離ABは $\sqrt{4}=2$ 倍になる。

1 ■正答 イ, ウ, エ

2 ■正答 ウ, エ

3 ■正答 240 人

4

標本調査を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・母集団から偏りなく標本を抽出する方法について考えること。
- ・事象に潜む関係や法則を見い出し、数学的な推論ができること。

## 2 各設問の趣旨

設問（1） 問題文で与えられた標本調査から、母集団、標本をそれぞれの確に把握することができるかどうかをみる。

設問（2） 母集団から偏りなく標本を抽出する方法について考え、表現することができるかどうかをみる。

設問（3） 標本調査の結果から、事象に潜む関係や法則を見い出し、数学的な推論ができるかどうかをみる。

## 3 学習指導要領における内容・領域

設問（1）…D データの活用 （1）ア(ア)

設問（2）（3）…D データの活用 （1）イ(ア), イ(イ)

## 4 評価の観点

設問（1）…知識・技能

設問（2）（3）…思考・判断・表現

## 5 正答と解説

設問（1） ■正答 母集団：ア

標本：ウ

■解説 母集団は傾向を知りたい集団全体であるので、本問では、ある池にいる全部の魚が母集団にあたる。母集団の一部として取り出して実際に調べたものが標本であるので、本問では、1週間後に捕まえた210匹の魚が標本にあたる。

設問（2） ■正答 （例） 一定時間待つと、母集団に偏りがなくなり、無作為に抽出することができるようになるため。

■解説 次の（a）、（b）を満たすものを正答（◎）とする。

（a）母集団から偏りがなくなるまで一定時間待つことを記述している

（b）無作為に抽出できることを記述している

「母集団」、「抽出」の両方の記述がないものは、問題の指示にしたがっていないため誤答（×）とする。

設問（3） ■正答 （例） 「池全体にいる魚の数」と「1回目に捕まえた魚の数」の比と、「2回目に捕まえた魚の数」と「その中の印がついていた魚の数」の比は等しいと考えられる。よって、

$$x : 240 = 210 : 70$$

これを解くと、

$$x = 240 \times 210 \div 70 = 720 \text{ (匹)}$$

■解説 式のみを書いているものも正答（○）とする。



福岡県教育委員会

米女

産