

中学校 数学 2

はじめに

福岡県教育委員会では、児童生徒に国語、算数・数学における基礎基本を含む活用力（基礎的・基本的な知識・技能及び思考力、判断力、表現力等）を育むとともに、地域間の学力向上の取組の差を解消することを目的として、平成25年度から小学校5年生～中学校3年生向けの国語、算数・数学の教材集を作成・配布しました。各学校においては、教材集を授業等で繰り返し活用し、取組の改善が図られてきました。

また、平成28年度からは、学力向上に係る検証改善サイクルを小学校中学年から一層計画的に推進するために、小学校4年生向けの教材集を新たに作成してきました。

この度、中学校学習指導要領（平成29年告示）の全面実施を受けて、教材集の改訂を行いました。

各学校では、授業の中だけでなく、朝の学習の時間や家庭学習等における補充・発展問題として活用していただいているところですが、更に、各問題の特質に応じて、先生方の授業づくりや校内研修の際の参考資料としても活用され、基礎基本を含む活用力の向上に役立てていただくことをお願いします。

令和5年3月

福岡県教育委員会

目次

1	教材集	
○	式の計算	2
○	一次関数	4
○	図形の調べ方	6
○	図形の性質と証明	8
○	確率	12
2	解説資料	
○	式の計算	16
○	一次関数	18
○	図形の調べ方	20
○	図形の性質と証明	22
○	確率	26

() 組 () 番・氏名 ()

- 1] りょうたさんとかなさんは、「2つの奇数をたすと偶数になる」ことを、それぞれA、Bのように証明しました。

A：【りょうたさんの証明】

2つの奇数を考えてたしてみると

$$5と11のとき, 5 + 11 = 16$$

$$23と17のとき, 23 + 17 = 40$$

$$49と65のとき, 49 + 65 = 114$$

となって、どれも和は偶数になるから

2つの奇数をたすと必ず偶数になる。

B：【かなさんの証明】

奇数は、整数 n を使って、 $2n + 1$ と表すことができる。

このとき、2つの奇数の和は

$$(2n + 1) + (2n + 1) = 4n + 2$$

$$= 2(2n + 1)$$

となって、 $2n + 1$ は整数だから、 $2(2n + 1)$ は偶数である。

よって、2つの奇数をたすと偶数になる。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 2人の証明について、正しく述べているものをア～エから選び、そう考えた理由を簡潔に説明しなさい。

ア A、Bの両方とも証明したことになる。

イ Aは証明したことになるが、Bは証明したことにはならない。

ウ Bは証明したことになるが、Aは証明したことにはならない。

エ A、Bの両方とも証明したことにはならない。

【理由】

(2) りょうたさんは、2つの連続する奇数の和がどうなるかを、いくつかの場合を調べて、予想をしました。

【りょうたさんの考え】

2つの連続する奇数の和をいくつか考えてたしてみると

$$1と3のとき, \quad 1 + 3 = 4$$

$$15と17のとき, \quad 15 + 17 = 32$$

$$23と25のとき, \quad 23 + 25 = 48$$

となる。

【りょうたさんの予想】

2つの連続する奇数の和も偶数になるけど、

それだけではなく、の倍数 にもなっている。

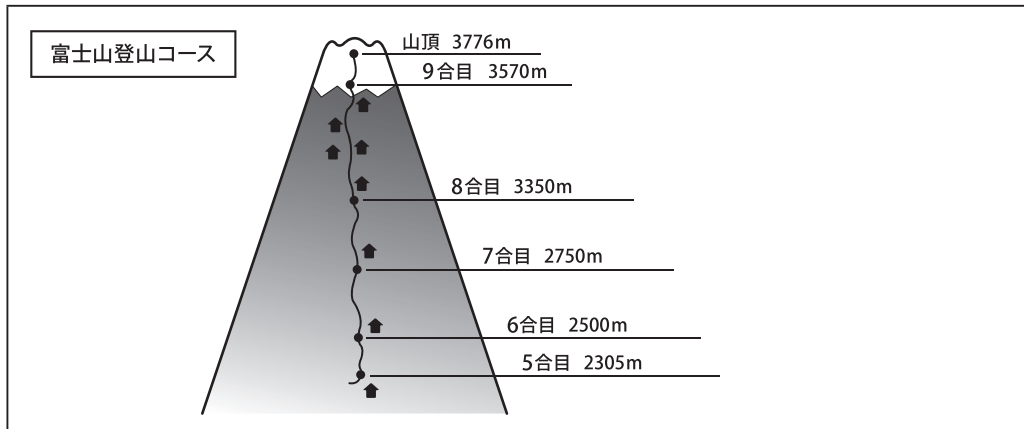
この予想をもとに、にあてはまる整数を答え、下の証明を完成しなさい。

【証明】

2つの連続する奇数を、

() 組 () 番・氏名 ()

- 1 遼太さんたちは、下の地図を見ながら、ある年の8月に行く富士山の登山計画を立てています。



次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

- (1) 遼太さんと佳奈さんは、富士山の6合目の気温について話しています。

佳奈さん「6合目の気温を調べようとしたけど、6合目には気温の観測所がないから、気温がわかりません。」

遼太さん「地上から1万mぐらいまでは、高さが高くなるにつれて、気温はほぼ一定の割合で下がることが知られています。」

佳奈さん「そのことを利用すれば、6合目の気温が予測できますね。」

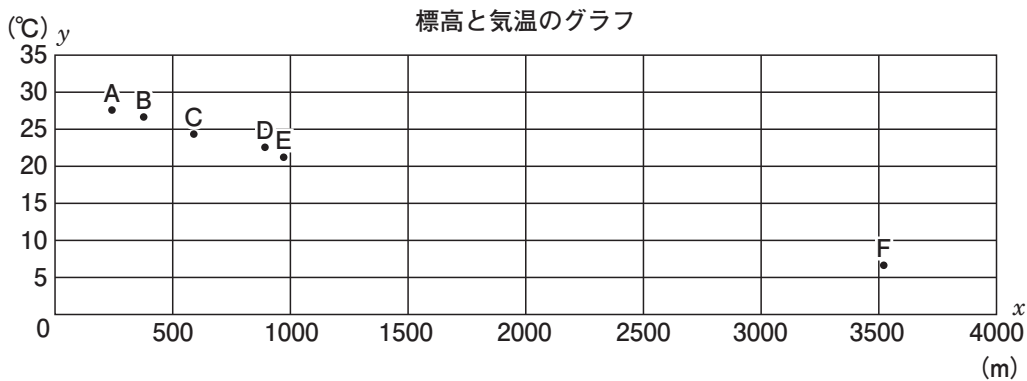
下線部から、「地上1万mぐらいまでは、高さが高くなるのにもなって、気温が一定の割合で下がる」と考えるとき、高さ x mの気温を y °Cとすると、 x と y の間には、いつでもいえる関係があります。下のアからオの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア y を x で割った商は一定である。
- イ x と y の積は一定である。
- ウ $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ は一定である。
- エ x と y の和は一定である。
- オ x と y の差は一定である。

(2) 佳奈さんは、富士山周辺のある年の8月の平均気温を調べ、下の表のようにまとめました。そして高さ（標高） x mのときの気温を y °Cとして、グラフに表しました。

観測地点の標高と、ある年の8月の平均気温

観測地点	標高(m)	平均気温(°C)	観測地点	標高(m)	平均気温(°C)
A	269	27.6	D	880	23.1
B	402	26.9	E	995	21.5
C	543	24.8	F	3550	6.2




佳奈さんは、「高さが高くなるにつれて、気温が一定の割合で下がる」ことをもとに、表やグラフのDとFのデータを用いて、6合目のおよその気温を求めることにしました。

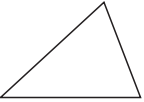
このとき、6合目(2500 m)のおよその気温を求める方法を説明しなさい。ただし、実際に気温を求める必要はありません。

() 組 () 番・氏名 ()

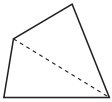
- 1 遼太さんと佳奈さんは、三角形の内角の和が 180° であることをもとに、多角形の内角の和について調べています。遼太さんは、多角形の内角の和を次のようにして求めました。

遼太さんの求め方

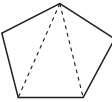




三角形

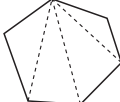


四角形



五角形

...



n 角形

1つの頂点から対角線をひくと、四角形は2個の三角形に分けることができる。
よって、四角形の内角の和は $180^\circ \times 2 = 360^\circ$

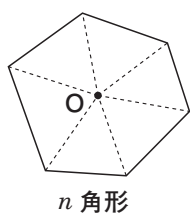
五角形は3個の三角形に分けることができるので、
五角形の内角の和は $180^\circ \times 3 = 540^\circ$

五角形の場合を参考にして、 n 角形は ので、
 n 角形の内角の和は、 $180 \times (n - 2)$

次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

- (1) 遼太さんの求め方にある空欄 に当てはまる言葉をかきなさい。

- (2) 佳奈さんは次のような図をかいて、 n 角形の内角の和を $180^\circ \times n - 360^\circ$ と求めました。



n 角形を、内部の1つの点Oから各頂点にひいた線分で三角形に分けました。

佳奈さんはどのようにして n 角形の内角の和を $180^\circ \times n - 360^\circ$ として求めたのか、佳奈さんの考え方を説明しなさい。

(3) 多角形の内角の和について、「多角形の頂点の数を決めると、それにもなって内角の和の大きさがただ1つに決まる」という関係があることがわかります。

下線部を、次のように表すとき、 と に当てはまる言葉を書きなさい。

は の関数である。

①

②

(4) 遼太さんと佳奈さんは、多角形の頂点の数と、内角の和の大きさの間にある関係がどのような関数であるかを調べるために、わかったことを次のようにまとめました。

まとめ

- ◎頂点が1つ増えるごとに、内角の和は 180° ずつ大きくなる。
- ◎ n 角形の内角の和は、頂点の数 n を用いた式で求めることができる。

多角形の頂点の数が x のときの、内角の和を y° とします。このとき、 x と y の間にある関係はどのような関数であるといえますか。下のアからウまでの中から正しいものを1つ選びなさい。また、それが正しいことの原因を説明しなさい。

ア 比例

イ 反比例

ウ 比例ではない一次関数

福岡県学力向上教材集 第2学年 数学 単元「図形の性質と証明」 B問題
 () 組 () 番・氏名 ()

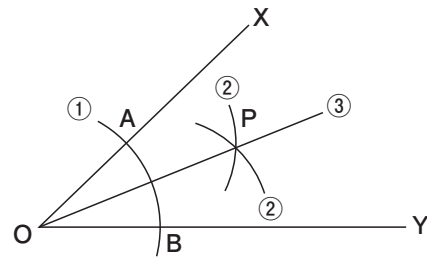
1 $\angle XOY$ の二等分線は、下の手順①、②、③で、図1のように作図することができます。

手順① 点Oを中心として円をかき、辺OX、
 OYとの交点をそれぞれA、Bとする。

図1

手順② 2点A、Bをそれぞれ中心として、等
 しい半径の円をかき、その交点をPと
 する。

手順③ 直線OPをひく。

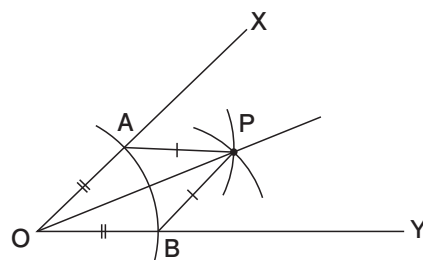


次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 図1の直線OPが $\angle XOY$ の二等分線であることを示すために、 $\angle AOP = \angle BOP$ であることを証明します。手順①から $OA = OB$ 、手順②から $AP = BP$ となることがわかります。これらをもとに、 $\triangle AOP \cong \triangle BOP$ を示し、下の証明を完成しなさい。

証明

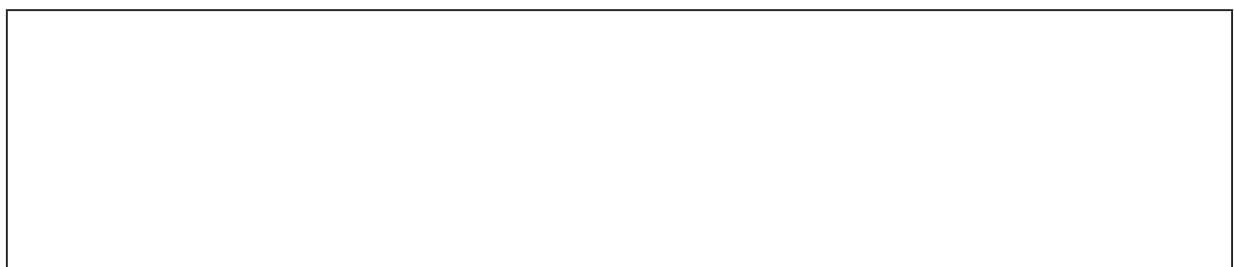
$\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において、



合同な三角形の対応する角は等しいから、

$$\angle AOP = \angle BOP$$

したがって $\angle XOP = \angle YOP$ となるので、直線OPは $\angle XOY$ の二等分線である。



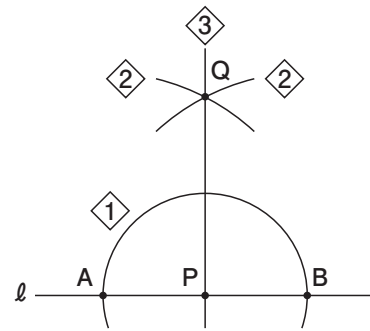
(2) 直線 l 上の点 P を通る l の垂線は、下の手順①、②、③で、図2のように作図することができます。

手順① 点 P を中心として適当な半径の円をかき、直線 l との交点を点 A 、点 B とする。

手順② 点 A 、点 B を中心として、等しい半径の円を交わるようにかき、その交点の1つを点 Q とする。

手順③ 点 P と点 Q を通る直線をひく。

図2



遼太さんと佳奈さんの2人の会話を参考にして、図2の直線 PQ は直線 l の垂線であることを証明しなさい。



$\angle APQ + \angle BPQ = 180^\circ$ になっているから、
 $\angle APQ = \angle BPQ$ であることを示せばいいんだ！

$\angle APQ = \angle BPQ$ であることを示すためには、
 $\triangle APQ \cong \triangle BPQ$ を示せばいいわ。



() 組 () 番・氏名 ()

② 身の回りには、ものを安定して置くために水平な面をつくる工夫がいろいろ見られます。
次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 図1のような天板と台座を組み立てて使う机があります。図2はこの机を真横から見たものです。

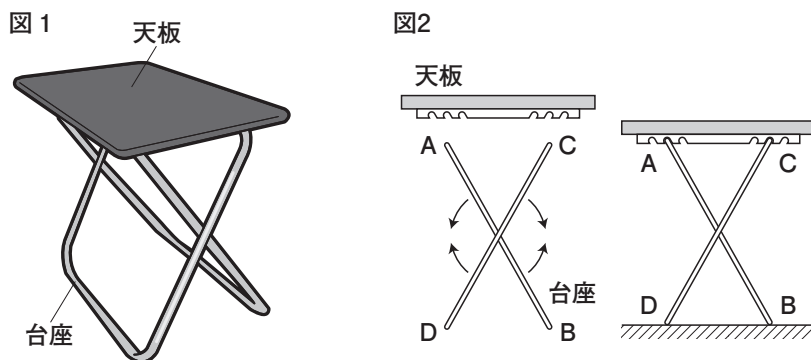
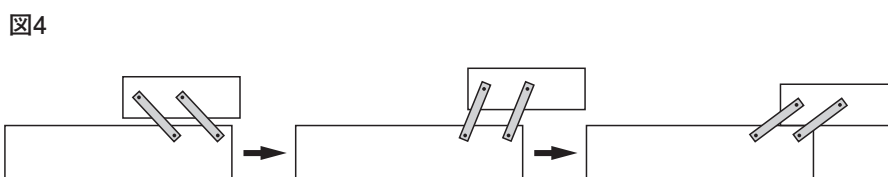
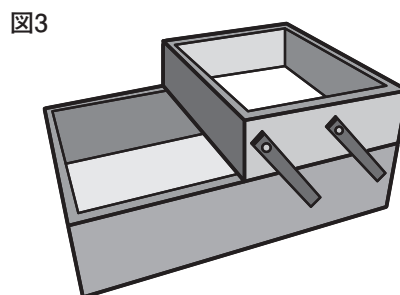


図2のように、この天板の裏側には、いくつかのくぼみがあり、台座のパイプは、 AB と CD の長さが等しく、それぞれの真ん中で交わるように組み合わされています。これによって、台座を天板のどのくぼみに差し入れても、天板は床と平行になり、点 A の真下に点 D が、点 C の真下に点 B があるような机になります。これは、4つの点 A 、 D 、 B 、 C を順に結んでできる四角形 $ADBC$ が、ある図形になるからです。その図形の名前を答えなさい。

(2) 図3のような道具箱があります。図4は、上の段を動かしたときの様子を真横から見たものです。

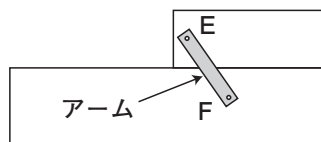


この工具箱は、次のように2本のアームを取り付けることで、上の段が下の段に対していつも平行に保たれるようになっています。

①四角形EFGHの頂点E，頂点Fをとる。

同じアームを2本用意し，**図5**のように上の段に点E，下の段に点Fをとり，そこに1本のアームを取り付ける。

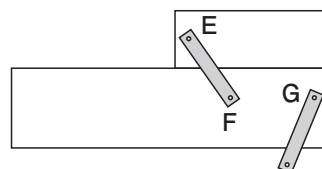
図5



②四角形EFGHの頂点Gをとる。

図6のように，下の段に点Gをとり，そこにもう1本のアームを取り付ける。

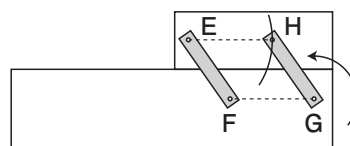
図6



③四角形EFGHの頂点Hをとる。

図7のように，点Eを中心としてFGの長さと同じ半径の円をかく。そして点Gを中心としてアームを回転させ，円と重なった点Hにこのアームを取り付ける。

図7



このようにアームを取り付けると上の段が下の段に対していつも平行に保たれるのは，四角形EFGHがいつでも平行四辺形になるからです。下線部を証明するための根拠となることから，平行四辺形になるための条件を用いて書きなさい。

福岡県学力向上教材集 第2学年 数学 単元「確率」 B問題

() 組 () 番・氏名 ()

□1 優菜さんは2つのさいころを同時に投げて、出る目の数について調べています。さいころは2つとも、どの目が出ることも同様に確からしいとします。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 出る目の数の差が1になる確率を求めなさい。

(2) 少なくとも1つは偶数の目が出る確率を求めなさい。

優菜さんは、今度は桃花さんと、次のようなさいころを使ったゲームをすることにしました。それぞれさいころを1回投げて、出た目の数が大きいほうが「勝ち」、小さいほうが「負け」、同じなら「引き分け」というゲームです。

(3) 桃花さんは1回のゲームで、勝者が決まる確率について、次のように考えました。

【桃花さんの考え】



ゲームの結果は、私が「勝つ」か「負ける」か「引き分ける」かの3通りで、そのうち、勝者が決まるのは、引き分け以外だから、1回のゲームで勝者が決まる確率は $\frac{2}{3}$ です。

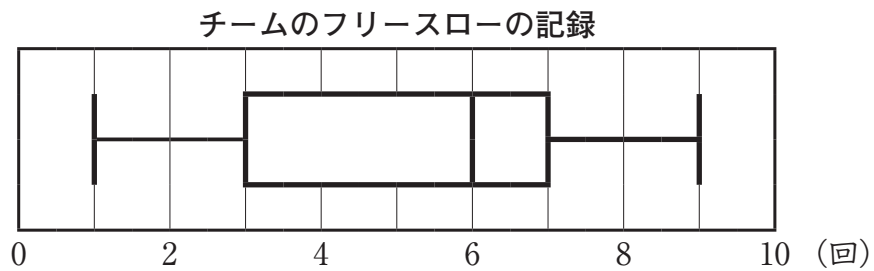
この【桃花さんの考え】は正しくありません。必要に応じて下の表を活用し、1回のゲームで勝者が決まる確率とその求め方を説明しなさい。

桃花さん 優菜さん	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

福岡県学力向上教材集 第2学年 数学 単元「確率」 B問題

() 組 () 番・氏名 ()

2 琴音さんたちは、バスケットボールのフリースロー大会に出場する代表者を選ぶために、チーム24人のフリースローの記録をとることにしました。24人がそれぞれ10回投げて、成功した回数を記録し、箱ひげ図に表したところ、次のようになりました。



次の (1), (2) の各問いに答えなさい。

(1) この箱ひげ図から読み取れることとして、次の①から④の内容は正しいといえますか。正しいといえる場合は○を、必ずしも正しいとはいえない場合は×を書きなさい。

① チームの平均値は6回成功である。

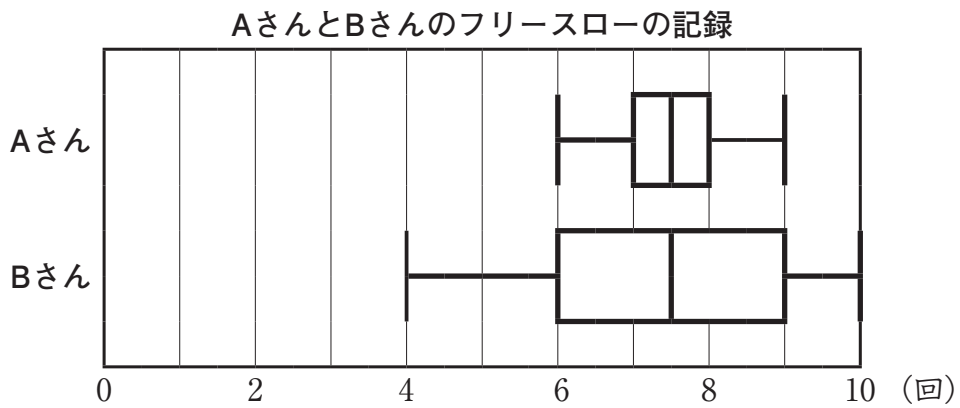
② 1回も成功しなかった人も10回すべて成功した人も、どちらもいない。

③ 範囲は8回で、四分位範囲は4回である。

④ 7回以上成功した人は6人である。

前ページの記録で、成績のよかったAさんとBさんの2人で、あらためてフリースローをしました。AさんとBさんがそれぞれ10回投げて、成功した回数を記録するということを、日時を変えて12回行いました。

下の箱ひげ図は、その結果をまとめたものです。



(2) この箱ひげ図をもとにしたとき、あなたなら、AさんとBさんのどちらを代表者を選びますか。下のア、イの中からどちら一方を選びなさい。また、その理由を説明しなさい。AさんとBさんのどちらを選んでもかまいません。

ア Aさん

イ Bさん

記号	
理由	