

中学校 数学 3

はじめに

福岡県教育委員会では、児童生徒に国語、算数・数学における基礎基本を含む活用力（基礎的・基本的な知識・技能及び思考力、判断力、表現力等）を育むとともに、地域間の学力向上の取組の差を解消することを目的として、平成25年度から小学校5年生～中学校3年生向けの国語、算数・数学の教材集を作成・配布しました。各学校においては、教材集を授業等で繰り返し活用し、取組の改善が図られてきました。

また、平成28年度からは、学力向上に係る検証改善サイクルを小学校中学年から一層計画的に推進するために、小学校4年生向けの教材集を新たに作成してきました。

この度、中学校学習指導要領（平成29年告示）の全面実施を受けて、教材集の改訂を行いました。

各学校では、授業の中だけでなく、朝の学習の時間や家庭学習等における補充・発展問題として活用していただいているところですが、更に、各問題の特質に応じて、先生方の授業づくりや校内研修の際の参考資料としても活用され、基礎基本を含む活用力の向上に役立てていただくことをお願いします。

令和5年3月

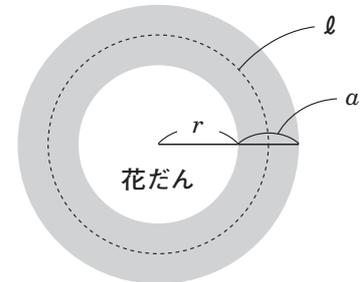
福岡県教育委員会

目次

1	教材集	
○	式の展開と因数分解	2
○	二次方程式	4
○	関数 $y=ax^2$	6
○	図形と相似	10
○	円の性質	12
○	三平方の定理	14
○	標本調査	16
2	解説資料	
○	式の展開と因数分解	19
○	二次方程式	21
○	関数 $y=ax^2$	23
○	図形と相似	25
○	円の性質	27
○	三平方の定理	28
○	標本調査	30

1 図1のように、半径 r の円形の花だんのまわりに、幅 a の道があります。この道の面積を S 、道のまん中を通る円周の長さを l とします。

図1



このとき、 $S = al$ となることを、下のように証明しました。

証明

道の面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \pi(r+a)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi a^2 + 2\pi ar \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

また、道の真ん中を通る円の半径は $\frac{a}{2} + r$ だから、

そのまわりの長さ l は、

$$\begin{aligned} l &= 2\pi\left(\frac{a}{2} + r\right) \\ &= \pi a + 2\pi r \end{aligned}$$

よって、 $al = a(\pi a + 2\pi r)$

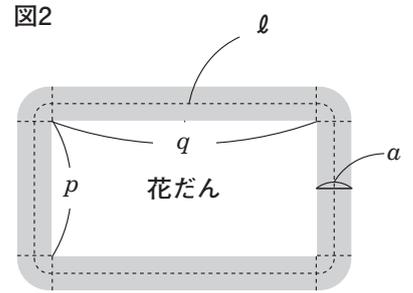
$$= \pi a^2 + 2\pi ar \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、 $S = al$

次の (1) から (3) までの各問いに答えなさい。

(1) 上の証明の $S = \pi(r+a)^2 - \pi r^2$ は、どのような考えからつくった式ですか。言葉や文字、式を使って説明しなさい。

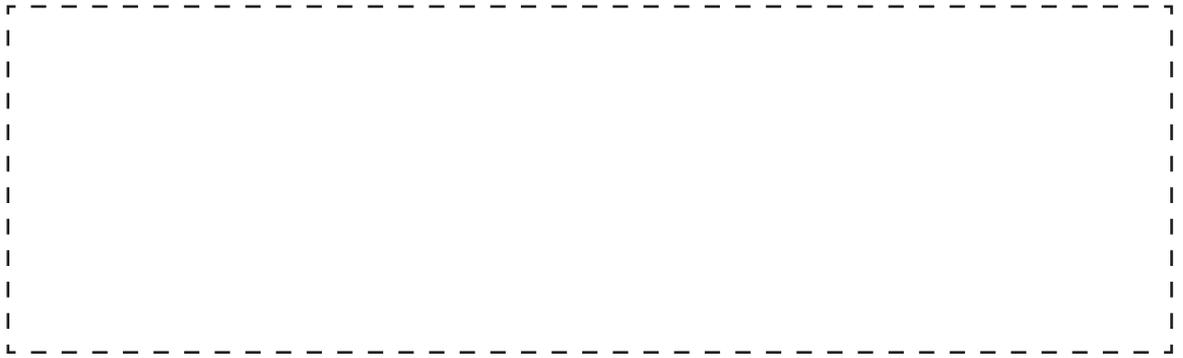
(2) 図2のように、縦が p 、横が q の長方形の花だんのまわりに、幅 a の道がついています。この道の面積を S 、道のまん中を通る線の長さを l とします。このとき、(1) の証明を参考にして、 $S = al$ となることを証明しなさい。



道の面積 S は、

$$S = (\text{全体の面積}) - (\text{花だんの面積})$$

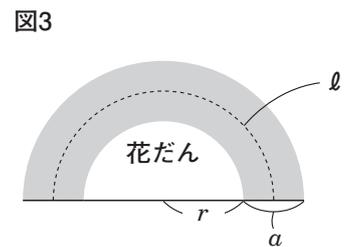
で求められるから、



①, ②より, $S = al$

(3) 図3のように、半径 r の半円の花だんの横に、幅 a の道があります。

この道の面積を S とし、道の真ん中を通る線の長さを l とするとき、 $S = al$ が成り立つといえますか。その理由を説明して答えなさい。



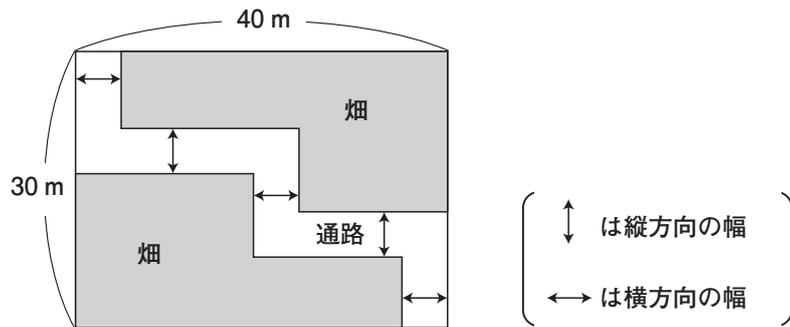
ア いえる

イ いえない

理由

() 組 () 番・氏名 ()

- 1 ^{たて}縦30 m, 横40 mの長方形の土地に, 下の図のように同じ幅の通路をつくり, 残った土地を畑にしたら, 畑の面積が875 m²になりました。まいさんとみつおさんは, 通路の幅を求めるための方程式について考えています。次の(1), (2)の各問いに答えなさい。



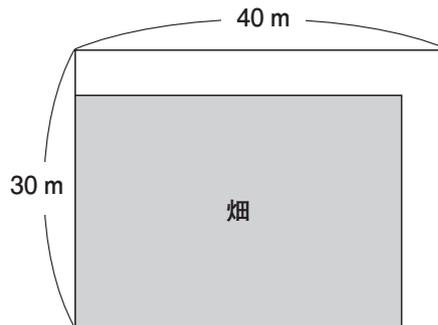
- (1) まいさんは, 通路の幅を x m として, 次のような方程式をつくりました。

$$30 \times 40 - 875 = 30x + 40x - x^2$$

まいさんは, どのように考えて方程式をつくったかを, 下の図に補助線を入れて示し, その図をもとに説明文を完成させなさい。

土地全体の面積から畑の面積をひいた面積が, 通路の面積となる。
 通路の面積は $(30 \times 40 - 875)$ 。
 通路の幅を x m とすると,

(2) みつおさんは、下の図のように畑を移動して新しい図形を考えて、まいさんとは別の方程式をつくりました。どんな方程式を、どのような考え方からつくったのかを図に補助線を加えて説明しなさい。



通路の幅を x m とする。



1 一般に、短距離走ではスタート直後の数秒間は加速し、進む距離は時間の2乗にほぼ比例することが知られています。

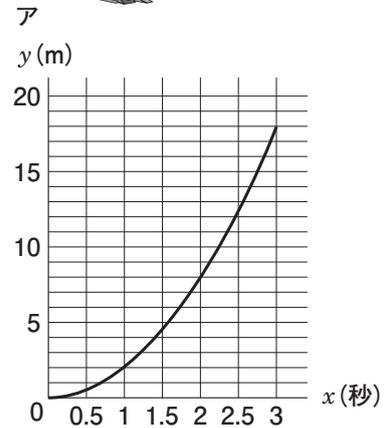


なおとさんは、短距離走でスタートしてから3秒間に進んだ距離を測定しました。

右の図は、 x 秒間に進む距離を y m として、測定結果をグラフアにまとめたものです。

調べてみると、 $y = 2x^2$ の関係がありました。

次の (1) から (3) までの各問いに答えなさい。

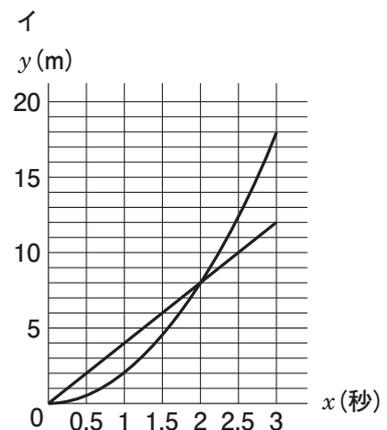


(1) けいたさんは秒速4 mの一定の速さで走っています。

なおとさんがスタートすると同時に、けいたさんが同じスタート地点を通過しました。

けいたさんが同じスタート地点を通過してから x 秒間に進む距離を y m として、 x と y の関係を先のグラフアにかき加えると右のグラフイのようになります。

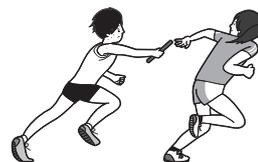
なおとさんがけいたさんに追いつくのは、スタート地点から何m進んだ地点でしょうか。また、そう考えた理由をグラフをもとにして説明しなさい。



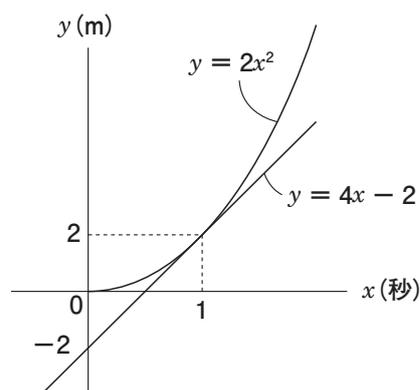
m

理由

(2) リレーのタイムを短縮するためには、効率のよいバトンパスが重要です。つまり、「前の走者がどの地点に来たとき、次の走者はスタートすればよいか」を考える必要があります。



いま、前の走者けいたさんは一定の速さで走り、次の走者なおとさんはスタートして加速しながら走るものとします。なおとさんがスタートしてから x 秒後のスタート地点からの距離を y m とし、けいたさんとなおとさんの走るようすが、それぞれ右の図のようなグラフになるとき、次のことが読み取れます。



ア ~ ウ に当てはまる数字を、書きなさい。

- ① なおとさんがスタートしたとき、けいたさんはスタート地点の ア m 手前を走っている。
- ② なおとさんがスタートしてから イ 秒後に ウ m 進んだ地点でけいたさんからバトンを受け取っている。

ア イ ウ

(3) (2) でもし、なおとさんがスタートしたとき、けいたさんがスタート地点の3 m 手前を走っていたとすると、バトンの受け渡しはできるでしょうか。また、その理由が分かるようにグラフをかき加え、その説明を簡潔に記述しなさい。

ア できる イ できない

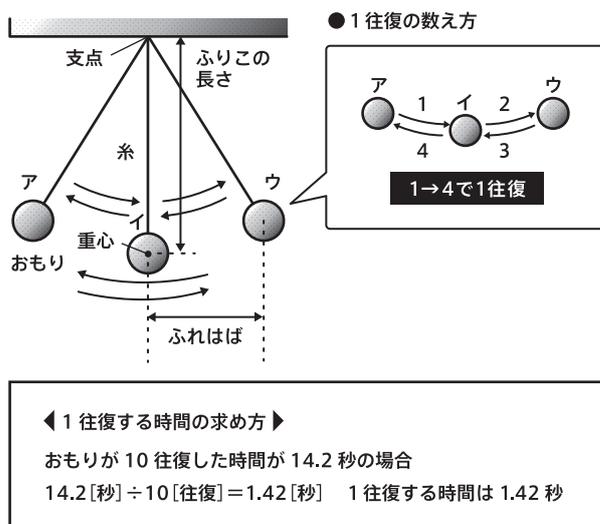
理由



② ふりがが1往復するのにかかる時間は、おもりの重さやふれはばに関係なく一定で、それを周期といいます。周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、 y は x^2 に比例することがわかっています。

みさきさんは、そのときの周期とふりこの長さの関係を調べることにしました。

みさきさんが行った実験方法



■周期 1 往復の数え方

下の表は、みさきさんが行った実験の結果を表にまとめたものです。

x (秒)	0.9	1.3	1.8	2.2	2.5	2.8
y (m)	0.2	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
$\frac{y}{x^2}$	0.247	0.237	0.247	0.248	0.256	0.255

このとき、次の問いに答えなさい。

みさきさんは、この実験結果から、周期 x とふりこの長さ y の間に、次のような関係が成り立つと考えました。

$$y = \boxed{\text{①}}$$

$\boxed{\text{①}}$ にあてはまる式を、次のア～エの中から選び、そう考えた理由を説明しなさい。

ア $y = x^2$

イ $y = \frac{1}{2}x^2$

ウ $y = \frac{1}{4}x^2$

エ $y = \frac{1}{5}x^2$

理由

() 組 () 番・氏名 ()

1 ひなたさんは、アイスクリームを買いにいきました。

お店では、下の図のように、円柱の形の容器に入った大小2種類のアイスを、それぞれ箱に入れて販売していました。

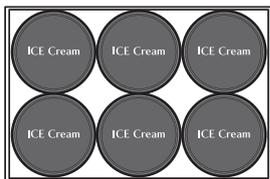
A：小



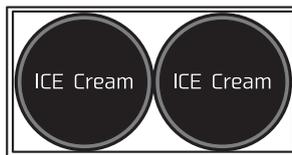
B：大



Aが6個入り (960円)



Bが2個入り (1000円)



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

ただし、2種類のアイスクリームの形は円柱として考えます。

(1) ひなたさんは、それぞれの容器について調べた結果、次のように考えました。

AとBは、相似比が2：3の相似な円柱である

円柱の容器について、「どこを調べてどうなっていれば」、ひなたさんのように考えることができるかを、下の言葉を用いて簡潔に説明しなさい。

(言葉はいくつ用いてもよい)

《説明に用いる言葉》

直径、高さ、底面、周りの長さ、比

(2) AとBの相似比が2:3であることから、ひなたさんは、Aの6個入りとBの2個入りのどちらを買った方が割安かを考えました。

下のア、イ、ウのうち、正しいものを1つ選び、その理由を説明しなさい。

ただし、「割安」とは「同じ値段でより多くの量を買うことができる」とします。

ア Aの6個入りを買った方が割安である。

イ Bの2個入りを買った方が割安である。

ウ どちらも同じである。

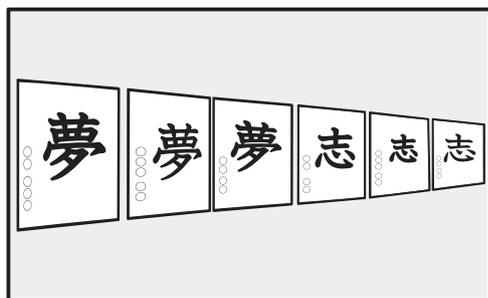
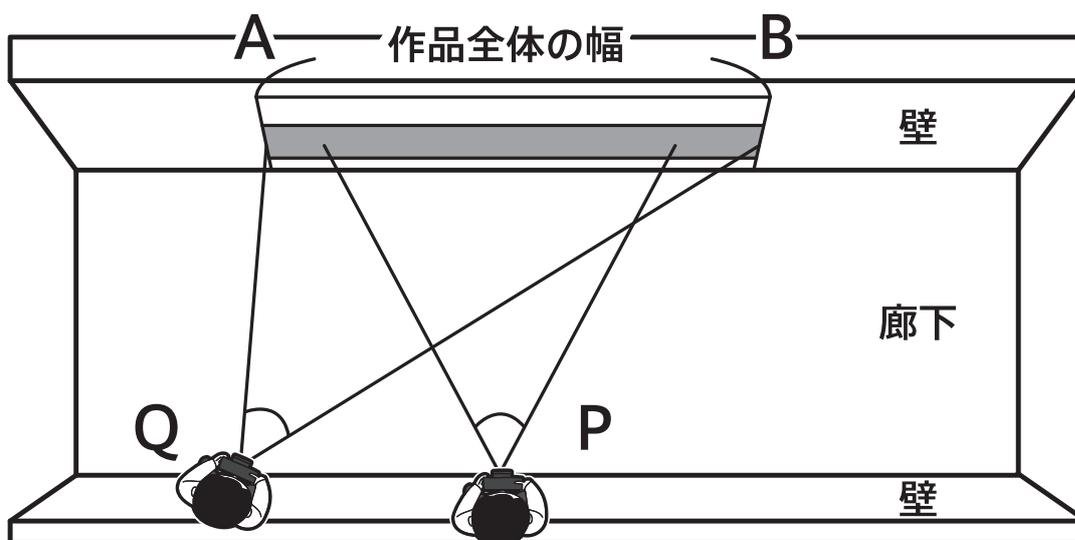
理由

--

() 組 () 番・氏名 ()

1 あゆみさんが廊下の壁際に立って、向かいにある作品の写真をカメラで撮ろうとしていま
 す。あゆみさんは、下の図の点Pの撮影位置からは作品全体が入らないが、点Qの撮影位置
 からはぴったり入ることに気づきました。

そこで、あゆみさんは作品全体がぴったり入る撮影位置について調べてみました。
 ただし、カメラで撮影できる角度は一定であるとしています。



Qの撮影位置からの見え方



Pの撮影位置からの見え方

次の (1), (2) の各問いに答えなさい。

(1) 3点A, B, Qを通る円を作図しなさい。また, 点Pはこの円の周上にありますか。下のアとイから選びなさい。

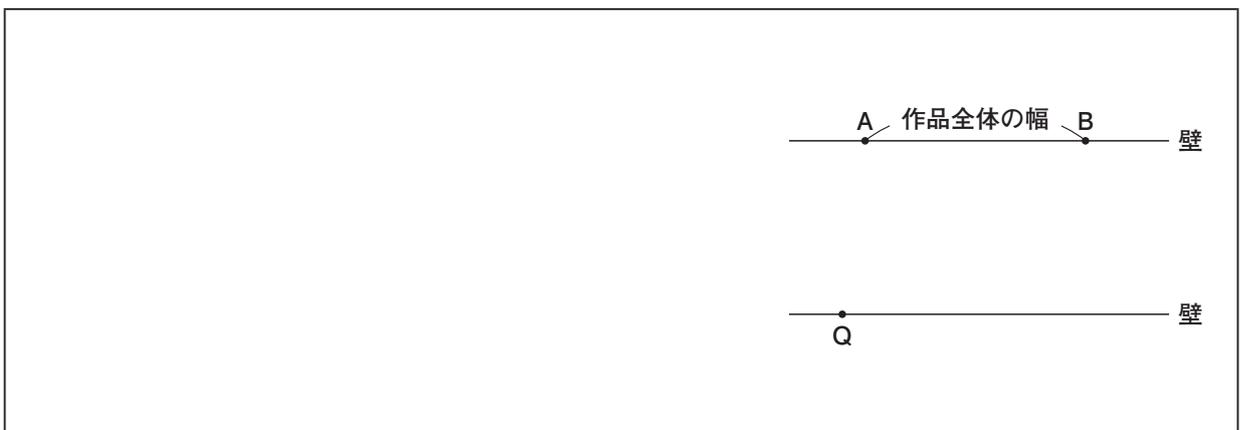


ア ある

イ ない

(2) Qの撮影位置のほかに壁際で作品全体がぴったり入る撮影位置があります。

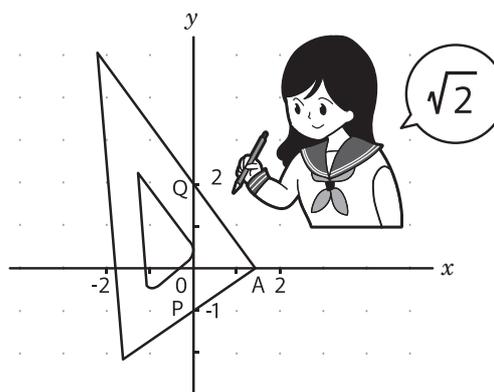
その撮影位置をRとすると, 点Rの位置を図に示し, 記号A, B, Qを使って説明しなさい。



1 けいこさんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように、三角定規の直角をはさむ2辺が点P (0, -1), Q (0, 2) を通り、直角の頂点Aがx軸上にあるように置きます。このとき、点Aのx座標は $\sqrt{2}$ になります。なぜでしょうか。



次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) けいこさんは、 $AO = x$ として、点Aのx座標の求め方について、次のような方針を立てました。

けいこさんの方針

手順1 $\triangle AOP$ について三平方の定理を用いて、辺APの長さを x を使って表す。

手順2 $\triangle AOQ$ について三平方の定理を用いて、辺AQの長さを x を使って表す。

手順3

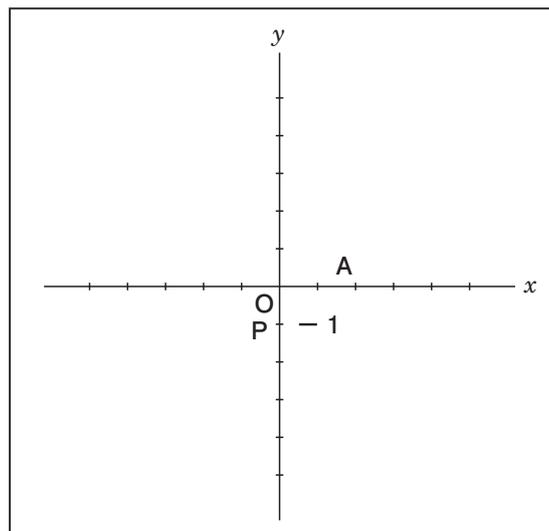
ア

上の ア に言葉や数、式を書き込んで、けいこさんの方針を完成させなさい。

(2) けいこさんの方針に基づいて、AOの長さを求めなさい。ただし、どのように求めたか分かるように書きなさい。

AO = x とおく。

(3) けいこさんは (1), (2) を振り返って、点Pの位置を変えずに点Qの位置を動かして、点Aの x 座標が $\sqrt{3}$ となる三角定規の置き方に気づきました。どのように三角定規を置いたのか、下の図にかき入れなさい。



福岡県学力向上教材集 第3学年 数学 単元「標本調査」

() 組 () 番・氏名 ()

- 1] なおとさんは募金箱^{ほきんばこ}から、枚数の多かった10円硬貨と100円硬貨だけを袋に移して、合計金額を次の方法で推測しました。

なおとさんの方法

取り出した硬貨の重さを測ると、袋の重さを除いて3.6 kgありました。また、袋の中をよくかき混ぜてから1つかみの硬貨を取り出したところ、10円硬貨が30枚と100円硬貨が12枚ありました。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 次の に当てはまる言葉を書きなさい。また、, に当てはまるものを下の①、②から選びなさい。

なおとさんの行った調査を 調査という。この 調査で母集団は 10円硬貨と100円硬貨であり、標本は 10円硬貨と100円硬貨である。

イ、ウに当てはまるもの

- ① 取り出した(1つかみの) ② 袋の中の

ア イ ウ

- (2) 10円硬貨1枚の重さを4g、100円硬貨1枚の重さを5gとします。なおとさんは、袋に移した硬貨の合計額を x 円とおき、比例式 $x : 1500 = 3600 : 180$ をつくり、合計金額がおおよそ30000円であることが分かりました。

なおとさんのつくった比例式は、何の比と何の比が等しいことを表していますか。

の比

と

の比

福岡県学力向上教材集 第3学年 数学 単元「標本調査」

() 組 () 番・氏名 ()

② ある工場では、毎月20000個の製品を生産しています。この中から、無作為に300個を取り出して不良品を調べたら4個ありました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) この工場で行われた標本調査で、母集団と標本はそれぞれ何にあたりますか。

次のアからエまでの中から1つずつ選びなさい。

ア 無作為に取り出した製品にふくまれていた不良品

イ 無作為に取り出した製品

ウ 毎月生産している製品にふくまれている不良品

エ 毎月生産している製品

母集団

標本

(2) 1年間で出る不良品の数を x として、比例式をつくり、 x を求めなさい。

ただし、求め方が分かるようにかきなさい。

(3) A社から37000個の製品の注文がありました。A社に不良品がないように納品したいと思います。(2)を参考にして、製品をおよそ何個生産すればよいかを求めなさい。ただし、求め方がわかるようにかきなさい。

