

第3学年 数学 単元「式の展開と因数分解」解説資料

1

1 出題の趣旨

- 図形の面積について、与えられた事柄を読み、次のことができているかどうかをみる。
- ・事柄が成り立つ理由を、図形に着目して観察し説明すること。
 - ・発展的に考え、予想した事柄を説明すること。

2 各設問の趣旨

- 設問 (1) 提示された証明を事象に照らして読み取ることができるかどうかをみる問題である。
設問 (2) 与えられた図形についての命題が成り立つことを証明できるかどうかをみる問題である。
設問 (3) (1), (2) を振り返って発展的に考え、予想した事柄を説明することができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) (2) (3) …A数と式 (2) イ (イ)

4 評価の観点

設問 (1) (2) (3) …思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 (例) 道の外側の円の半径は $r + a$ であり、花だんは半径 r の円であるから、 S は (外側の円の面積) - (花だんの面積) である。

設問 (2) ■正答 (例)

$$S = \{pq + (ap + aq) \times 2 + \pi a^2\} - pq$$
$$= 2ap + 2aq + \pi a^2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また, } \ell = (p + q) \times 2 + 2\pi \times \frac{a}{2}$$
$$= 2p + 2q + \pi a$$

$$\text{よって, } a\ell = 2ap + 2aq + \pi a^2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

■解説 次の(a), (b)の両方が記述できているものを正答 (◎) とする。

(a) $S = (\text{全体の図形}) - (\text{長方形}) = 2ap + 2aq + \pi a^2$ を正しく導出し、 $\textcircled{1}$ と示している。

(b) $\ell = 2p + 2q + \pi a$ より、 $a\ell = 2ap + 2aq + \pi a^2$ を正しく導出し、 $\textcircled{2}$ と示している。

$S = a(2p + 2q + \pi a)$, $a\ell = a(2p + 2q + \pi a)$ と変形しているものも正答 (◎) とする。表現が不十分でも筋道立てて証明できていると認められたものは正答 (○) とする。

第3学年 数学 単元「式の展開と因数分解」解説資料

設問 (3) ■正答 ア

理由 (例)

図3の道の面積Sは

$$S = (\text{全体の面積}) - (\text{花だんの面積})$$

$$= \frac{1}{2} \pi (r + a)^2 - \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} \pi a^2 + \pi ar$$

また,

$$\ell = \frac{1}{2} \times 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right)$$

$$= \pi r + \frac{1}{2} \pi a$$

$$\text{より, } a\ell = \frac{1}{2} \pi a^2 + \pi ar$$

よって, $S = a\ell$ になる。

第3学年 数学 単元「二次方程式」解説資料

1

1 出題の趣旨

方程式を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・与えられた方程式から数量関係を見出し、言葉を用いて表現すること。
- ・具体的な事象の中から数量の関係を適切に捉え、方程式をつくること。
- ・求めた解が適切であるかどうかを振り返って考えること。

2 各設問の趣旨

設問 (1) 与えられた方程式から数量関係を見出し、言葉を用いて表現することができるかどうかをみる問題である。

設問 (2) 通路の面積をもとに、方程式の立式と解を吟味することができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

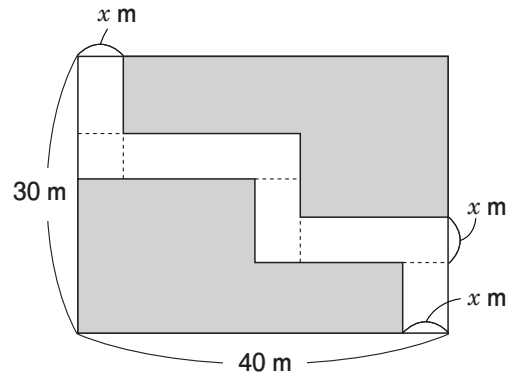
設問 (1) (2) A数と式 (3) イ (イ)

4 評価の観点

設問 (1) (2) 思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 (例) 右の図のように補助線を入れると、縦の通路の面積は $30x$ 、横の通路の面積は $40x$ になる。通路が重なった部分は x^2 になるので、通路の面積は $30x + 40x - x^2$ 。これと $(30 \times 40 - 875)$ が等しいという式をつくった。



■解説 次の(a)から(d)までをすべて満たしているものを正答とする。

(a) 図に正しく補助線を入れている。

(b) 「縦の通路の面積は $30x$ 」, 「横の通路の面積は $40x$ 」, 「通路が重なった部分は x^2 」を記述している。

(c) 「通路の面積は $30x + 40x - x^2$ 」を記述している。

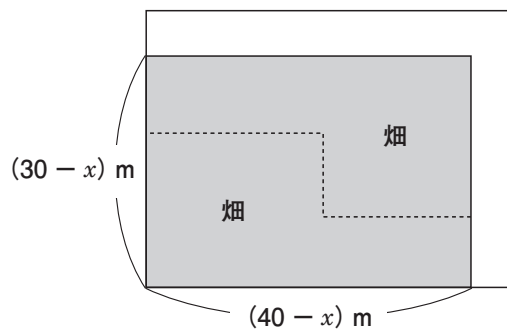
(d) 「 $(30 \times 40 - 875)$ が等しくなる」を記述している。

文章表現が不十分でも、方程式の成り立ちが説明できていると判断できるものは正答 (○) とする。

第3学年 数学 単元「二次方程式」解説資料

設問 (2) ■正答 (例)

右の図のように、畑を平行移動して左下に集めると、縦の長さが $(30 - x)$ m、横の長さが $(40 - x)$ mの長方形となる。
畑の面積が 875 m^2 であることから、
 $(30 - x)(40 - x) = 875$
が成り立つ。



■解説 次の(a)から(c)までをすべて満たしているものを正答 (◎) とする。

- (a) 図に正しく補助線を加えているもの
- (b) 移動した後の畑の縦の長さ、横の長さを正しく記述しているもの
- (c) 方程式を適切につくっているもの

文章表現が不十分でも、図と式などから正しく方程式を導いていると判断できるものは正答 (○) とする。

(a)を適切に行っていないものは誤答 (×) とする。

第3学年 数学 単元「関数 $y = ax^2$ 」 解説資料

1

1 出題の趣旨

関数 $y = ax^2$ を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・ グラフを的確に読みとり、変化や対応の様子を捉えること。
- ・ 式やグラフを用いて問題を解決し、その過程を説明すること。

2 各設問の趣旨

設問 (1) (2) 与えられた関数 $y = ax^2$ と比例のグラフを的確に読み取り、変化や対応の様子を捉えることができるかどうかをみる問題である。

設問 (3) 式やグラフを用いて問題を解決し、その過程を説明することができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) (2) (3) …C関数 (1) イ (ア), (イ)

4 評価の観点

設問 (1) (2) (3) …思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 8

理由 (例) 追いつく地点は2つのグラフの交点の y 座標にあたるので、交点の y 座標の値を読むと $y = 8$ だから。

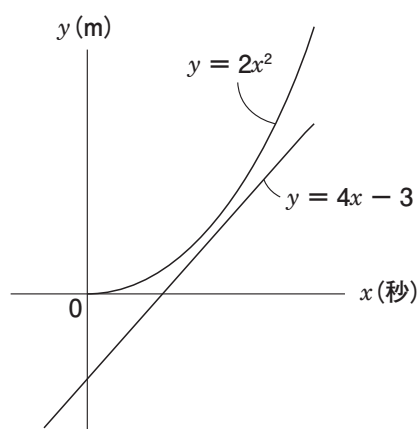
■解説 根拠を正しく記述していると読み取れるものは正答 (○) とする。根拠の記述なく交点だけ読んでいるものは誤答 (×) とする。

設問 (2) ■正答 ア 2 イ 1 ウ 2

設問 (3) ■正答 イ

理由 (例) けいたさんの進む様子を表すグラフは、(2) のグラフの直線を右のように y 軸方向に -1 平行移動したものであり、なおとさんが進む様子を表すグラフと交点をもたないから。

■解説 けいたさんが進む様子を表す式を $y = 4x - 3$ と求めてグラフにかき加え、2つのグラフ $y = 2x^2$ と $y = 4x - 3$ が交点をもたないことを説明しようとしていると判断できるものは正答 (○) とする。



第3学年 数学 単元「関数 $y = ax^2$ 」解説資料

2

1 出題の趣旨

与えられた情報を読みとり、事象を数学的に解釈することができるかどうかを見る。

2 設問の趣旨

具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして、関数 $y = ax^2$ とみなし、式を用いて考えることができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容 …C関数 (1) ア (イ), イ (イ)

4 評価の観点 …思考・判断・表現

5 正答と解説

■正答 ウ

理由 (例) 問題文より、ふりこの長さ (y) は周期 (x) の2乗に比例する。また、表の $\frac{y}{x^2}$ の値が、 $0.25 = \frac{1}{4}$ に近い値になって一定であると考えられるので、ウの $y = \frac{1}{4}x^2$ だと考えられる。

■解説 次の(a), (b)の両方を満たしているものを正答 (◎) とする。

(a) 「 y が x の2乗に比例する」という記述がある。

(b) 表から、 $\frac{y}{x^2}$ の値が $0.25 = \frac{1}{4}$ であるとみなすことができるという記述がある。

・(b)のみ記述しているものは正答 (○) とする。

・文章表現が不十分でも、上記の内容を説明していると判断できれば正答 (○) とする。

第3学年 数学 単元「図形と相似」解説資料

1

1 出題の趣旨

- 日常生活の場面で対象を理想化や単純化して、次のことができるかどうかをみる。
- ・身の回りから相似な立体を見出すこと。
 - ・相似な図形の性質を利用して、問題を解決すること。

2 各設問の趣旨

設問 (1) 相似の根拠を見出すことができるかどうかをみる問題である。

設問 (2) 相似を活用して問題の解決ができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) (2) …B図形 (1) イ (ア) (ウ)

4 評価の観点

設問 (1) (2) …思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 (例) A, B2つの円柱の底面の直径と容器の高さをそれぞれ測り、その長さの比がどちらも2:3になっていれば、このように考えられる。

■解説 次の(a), (b)の両方を満たしているものを正答(◎)とする。

(a) 直径と高さまたは底面の円周の長さで高さのいずれかを選んでいること。

(b) 長さの比が2:3であることを記述していること。

設問 (2) ■正答 イ
理由 (例)

AとBの相似比が2:3であることから、体積比は8:27である。

Aは6個入りなので、体積は $8 \times 6 = 48$

Bは2個入りなので、体積は $27 \times 2 = 54$

と考えられる。

それぞれの値段を見ると、Aが6個で960円、Bが2個で1000円

だから、Bが2個入りの値段を1080円と考えると、

$960 : 1080 = 48 \times 20 : 54 \times 20$

となり、どちらも同じである。

しかし、Bの2個入りは、1080円より安い1000円で買えるので、割安である。

第3学年 数学 単元「図形と相似」解説資料

■解説 文章表現が不十分でも上記の内容を説明していると判断できれば正答（○）とする。

(別1) Bの値段をもとにして、Aの値段を比べる。

$$8 \times 6 : 27 \times 2 = x : 1000 \quad \text{とすると}$$

$$x = \frac{8000}{9} = 888 \frac{8}{9} < 960$$

よって Bの2個入りの方が割安である。

(別2) 同じ値段で買える量を比べると

$$A \text{は} \frac{48}{960} = \frac{1}{20} = 0.05$$

$$B \text{は} \frac{54}{1000} = 0.054$$

よって Bの2個入りの方が割安である。

第3学年 数学 単元「円の性質」解説資料

1

1 出題の趣旨

日常的な事象に対して図形の性質を利用して、事象を数学的に解釈することができるかどうかを見る。

2 各設問の趣旨

設問 (1) 具体的な事象の中にある3点を通る円から、円周角の定理を利用して、円と直線の交点を求めることができるかどうかをみる問題である。

(2) 3点を通る円の円周角から、図形の性質を的確に捉えることができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) (2) …B図形 (2) イ (イ)

4 評価の観点

設問 (1) (2) …思考・判断・表現

5 正答と解説

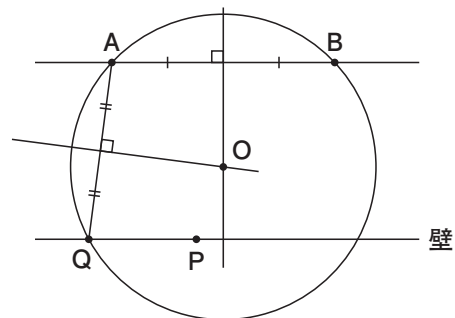
設問 (1) ■正答 (例) 右図

イ

■解説 線分 AB の垂直二等分線と線分 AQ の垂直二等分線の交点を O とする。中心 O 、半径 AO の円を作図すればよい。

また、図から点 P はこの円の内部にある。

よって、点 P はこの円の周上にならない。

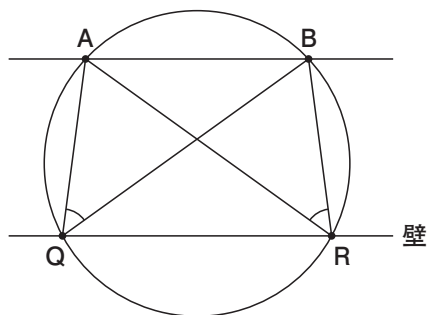


設問 (2) ■正答 (例) 3点 A, B, Q を通る円で \widehat{AB} に対する円周角は等しいから、右の図のように点 R をとると、 $\angle AQB = \angle ARB$ である。

■解説 次の(a), (b)の2つを満たしているものを正答 (◎) とする。

(a) 正しく図がかけている。

(b) \widehat{AB} に対する円周角は等しいことを記述している。



第3学年 数学 単元「三平方の定理」解説資料

1

1 出題の趣旨

三平方の定理を利用した問題解決の場面において、与えられた図形の中に直角三角形を見出し、適切に三平方の定理を用いることができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問 (1) (2) 方針に従い、与えられた図形の中に直角三角形を見出し、三平方の定理を用いて辺の長さを求めることができるかどうかをみる問題である。

設問 (3) (1), (2) を振り返って、適切に三角定規を配置することができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) (2) (3) …B図形 (3) イ (イ)

4 評価の観点

設問 (1) (2) (3) …思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 (例) $\triangle APQ$ について三平方の定理を用いて、辺 PQ の長さを x を使って表す。

設問 (2) ■正答 (例) $\triangle AOP$ は $\angle AOP = 90^\circ$ の直角三角形なので、三平方の定理より

$$AP^2 = AO^2 + PO^2 = x^2 + 1 \quad \text{--- ①}$$

$\triangle AOQ$ は $\angle AOQ = 90^\circ$ の直角三角形なので、三平方の定理より

$$AQ^2 = AO^2 + QO^2 = x^2 + 4 \quad \text{--- ②}$$

また、 $PQ = 3$ であり

$\triangle APQ$ も $\angle PAQ = 90^\circ$ の直角三角形なので、

$$PQ^2 = AP^2 + AQ^2$$

$$\text{よって、} AP^2 + AQ^2 = 9 \quad \text{--- ③}$$

①, ②, ③から

$$(x^2 + 1) + (x^2 + 4) = 9$$

$$x^2 = 2$$

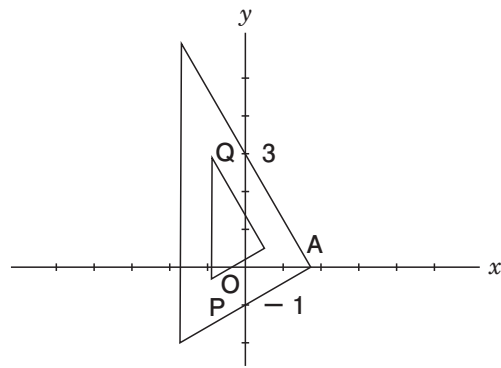
$x > 0$ であるから

$$x = \sqrt{2}$$

■解説 式のみをかいているものも正答 (○) とする。

第3学年 数学 単元「三平方の定理」解説資料

設問 (3) ■正答 右図 (例)



■解説 $OQ = 3$ と $\angle PAQ = 90^\circ$ であることが分かるものは正答 (○) とする。

第3学年 数学 単元「標本調査」解説資料

1

1 出題の趣旨

標本調査を利用した問題解決の場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・母集団から偏りなく標本を抽出する方法について考えること。
- ・事象に潜む関係や法則を見出し、数学的な推論ができること。

2 各設問の趣旨

設問 (1) 問題文で与えられた標本調査から、母集団、標本をそれぞれの確に把握することができるかどうかをみる問題である。

設問 (2) 標本調査の結果から、事象に潜む関係や法則を見出し、数学的な推論ができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) Dデータの活用 (1) ア (ア)

設問 (2) Dデータの活用 (1) イ (イ)

4 評価の観点

設問 (1) 知識・技能

設問 (2) 思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 ア 標本 イ ② ウ ①

■解説 母集団は傾向を知りたい集団全体であるので、本問では、袋の中の全ての硬貨が母集団にあたる。母集団の一部として取り出して実際に調べたものが標本であるので、本問では取り出した1つかみの硬貨が標本にあたる。

設問 (2) ■正答 (例)「袋に移した硬貨の合計金額」と「取り出した1つかみの硬貨の合計金額」の比と、「袋に移した硬貨全体の重さ」と「取り出した1つかみの硬貨の重さ」の比

■解説 袋に移した硬貨と取り出した硬貨の金額の比と重さの比が等しいと考えられることを記述しているものを正答 (○) とする。

第3学年 数学 単元「標本調査」解説資料

2

1 出題の趣旨

標本調査を利用した問題解決の場面において、事象に潜む関係や法則を見出し、示された方針に基づいて数学的な推論ができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問 (1) 問題文で与えられた標本調査から、母集団、標本をそれぞれの確に把握することができるかどうかをみる問題である。

設問 (2) 標本調査の結果から、事象に潜む関係や法則を見出し、数学的な推論ができるかどうかをみる問題である。

設問 (3) (2) を振り返って発展的に考え、推定することができるかどうかをみる問題である。

3 学習指導要領における領域・内容

設問 (1) …Dデータの活用 (1) ア (ア)

設問 (2) …Dデータの活用 (1) イ (イ)

設問 (3) …Dデータの活用 (1) イ (ア) (イ)

4 評価の観点

設問 (1) …知識・技能

設問 (2) (3) …思考・判断・表現

5 正答と解説

設問 (1) ■正答 母集団：工 標本：イ

■解説 母集団は傾向を知りたい集団全体であるので、本問では毎月生産される製品の全てが母集団にあたる。母集団の一部として取り出して実際に調べたものが標本であるので、本問では無作為に抽出した300個の製品が標本にあたる。

設問 (2) ■正答 (例) 「1年間で出る不良品の数」と「1年間で生産される製品の数」の比と、「無作為に取り出した製品にふくまれていた不良品の数」と「無作為に取り出した製品の数」の比は、等しいと考えられる。よって、

$$x : (20000 \times 12) = 4 : 300$$

これより、

$$\begin{aligned} x &= 240000 \times 4 \div 300 \\ &= 3200(\text{個}) \end{aligned}$$

■解説 式のみをかいているものも正答 (○) とする。

設問 (3) ■正答 (例) 不良品がないように納品するために必要な生産個数を x 個とすると、「必要な生産個数」と「A社に納品する個数」の比と、「無作為に取り出した製品の個数」と「無作為に取り出した製品にふくまれていた納品できる製品の個数」の比は等しいと考えられる。よって、

$$x : 37000 = 300 : (300 - 4)$$

これより、

$$\begin{aligned} x &= 37000 \times 300 \div 296 \\ &= 37500(\text{個}) \end{aligned}$$

■解説 式のみをかいているものも正答 (○) とする。