未来への架け橋　＜令和元年度版＞

福岡県立高校入試問題（思考力・判断力・表現力等を問う問題）を活用した授業改善・学習資料　〔数学〕①

1　度数分布表をもとに、中央値がふくまれる階級を読み取り判断する問題

（8）　右の表は，A中学校の1年生と3年生の通学時間を調査し，その結果を度数分布表に整理したものである。

この表をもとに，中央値が大きい方の学年と，その学年の中央値がふくまれる階級を答えよ。

階級（分）	度数（人）1年生	度数（人）3年生
以上 0 ～ 5 未満	18	20
5 ～ 10	31	33
10 ～ 15	24	23
15 ～ 20	19	20
20 ～ 25	5	6
25 ～ 30	3	3
計	100	105

次のように考えて解きます。

[1]中央値がふくまれる階級を読み取る。

↓

○1年生：10分以上15分未満

合計人数が100人
⇒50番目と51番目の値の平均

○3年生：5分以上10分未満

合計人数が105人
⇒53番目の値

階級（分）	度数（人）1年生	度数（人）3年生
以上 0 ～ 5 未満	18	20
5 ～ 10	31	33
10 ～ 15	24	23
15 ～ 20	19	20
20 ～ 25	5	6
25 ～ 30	3	3
計	100	105

50番目、51番目

53番目

[2]中央値がふくまれる階級を比べて、中央値が大きいといえる学年を判断する。

↓

[1] の結果から、

中央値が大きいといえる学年

「1年生」

階級

「10分以上15分未満」

※正答は、赤字

必要な知識・技能は、これ！

■中央値の意味を理解すること

「資料の値の大きさの順に並べたときの中央の値」

※資料の個数が偶数の場合、資料の中央の２つの値の平均

※資料の個数が奇数の場合、資料のまん中の値

ワンポイントアドバイス！

○中央値以外にも平均値、最頻値に要注目！

□平均値

・「（資料の個々の値の合計）÷（資料の個数）」

・度数分布表で

「（(階級値×度数)の合計）÷（資料の個数）」

□最頻値

・「資料の値の中で、最も多く現れる値」

・度数分布表で「度数が最も大きい階級の階級値」

【中央値、平均値、最頻値を比べると】

□平均値：1年生11.05(分)、3年生10.97…(分)

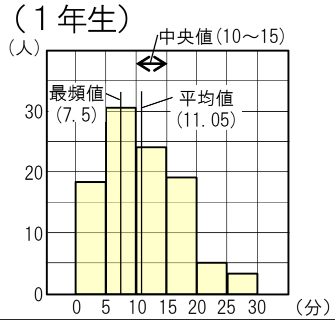
$(2.5\times18+7.5\times31+\cdots+27.5\times3)\div100=11.05$

$(2.5\times20+7.5\times33+\cdots+27.5\times3)\div105=10.97\cdots$

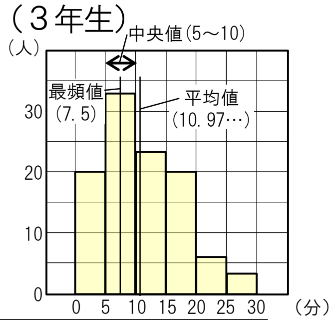
□最頻値：1年生7.5(分)、3年生7.5(分)

(度数が最も大きい階級(5分以上10分未満)の階級値)

（1年生）



（3年生）



資料によって、中央値、平均値、最頻値は違ってきます！

2　あることがらの起こりやすさについて、確率を用いて説明する問題

右の図のように，赤玉2個，白玉1個が入っている袋があり，この袋から玉を取り出す。

くじ引きA
この袋から玉を1個取り出し，その玉を袋にもどし，もう一度，玉を1個取り出す。
取り出した2個の玉の色が異なるとき，景品があたる。

くじ引きB
この袋から同時に2個の玉を取り出す。
取り出した2個の玉の色が異なるとき，景品があたる。

景品があたりやすいのは，**くじ引きA**，**くじ引きB**のどちらであるかを説明せよ。説明する際は，それぞれのくじ引きについて，樹形図または表を示し，景品があたる確率を求め，その数値を使うこと。

次のように考えて解きます。

[1] 樹形図や表を使って、景品があたる確率を求める。

↓

赤玉を①、②、白玉を3として樹形図をつくると、

くじ引きA

① ─ ① ×, ② ×, 3 ○
② ─ ① ×, ② ×, 3 ○
3 ─ ① ○, ② ○, 3 ×

くじ引きB

① ─ ② ×, 3 ○
② ─ 3 ○

樹形図から、求める確率は

くじ引きA $\frac{4}{9}$　くじ引きB $\frac{2}{3}$

[2]求めた確率を比べて、景品があたりすいくじ引きを判断する。

↓

[1]の結果から、

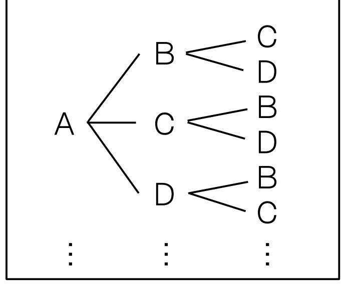
「$\frac{4}{9}<\frac{2}{3}$ なので、景品があたりやすいのは、くじ引きBである。」

※正答は、赤字

必要な知識・技能は、これ！

■樹形図や表などを使って、起こり得る場合を整理して全て数え上げ、確率を求めること

【樹形図】



【表】

	A	B	C	D
A	AA	AB	AC	AD
B	BA	BB	BC	BD
C	CA	CB	CC	CD
D	DA	DB	DC	DD

ワンポイントアドバイス！

場合の数を数え上げるとき、下のような間違いに要注意！

【間違った数え上げ方で求めた確率（例）】

赤玉、白玉の取り出し方

くじ引きA

赤 ─ 赤 ×, 白 ○
白 ─ 白 ×

くじ引きB

赤 ─ 赤 ×, 白 ○

樹形図から、景品があたる確率は、

くじ引きA $\frac{1}{3}$　くじ引きB $\frac{1}{2}$

もれや重なりがないよう、玉に番号を付けるなど、玉を区別して考えることが大切です！

未来への架け橋 ＜令和元年度版＞

福岡県立高校入試問題（思考力・判断力・表現力等を問う問題）を活用した授業改善・学習資料 〔数学〕②

3 数量の関係を捉え、文字式を用いて構想する問題

平成28年度全国学力・学習状況調査（数学B）6を参考に出題された問題

浩さんは，数あてゲームを行うために，次の**手順**を考えた。

手順

① 最初に数を１つ決める。	① 最初に決めた数を a とする。
② ①で決めた数に１をたす。	② $a+1$
③ ②の数に４をかける。	③ $(a+1)\times 4=4a+4$
④ ③の数から８をひく。	④ $(4a+4)-8=4a-4$
⑤ ④の数を２でわる。	⑤ $(4a-4)\div 2=2a-2$
⑥ ⑤の数に②の数をたす。	⑥ $(2a-2)+(a+1)=3a-1$

（3） **手順**の⑤を変えて，手順通りに求めた数をある数でわるだけで最初に決めた数をあてることができる新しい数あてゲームを１つつくる。

① 最初に数を１つ決める。
② ①で決めた数に１をたす。
③ ②の数に４をかける。
④ ③の数から８をひく。
⑤ [A]
⑥ ⑤の数に②の数をたす。

このゲームについてまとめると次のようになる。

手順の⑤を[A]にすると，手順通りに求めた数を[B]でわるだけで最初に決めた数をあてることができる。

[A]にあてはまる言葉を，「④の数」という書き出しで答えよ。また，[B]にあてはまる数を答えよ。

次のように考えて解きます。

[1] ｎを定数として、手順通りに求めた数を表す式をｎａの形(定数項が０の形)にすればよいことを読み取る。

[2] [1]をもとに、手順の⑤の式の定数項が－１になる手順⑤を考える。

⑥の数：ｎａ　　定数項を０にすればよい。

【手順⑥】ａ＋１をたす

⑤の数：ｍａ－１　　定数項を－１にすればよい。（ａ＋１をたして、⑥の数の定数項を０にするから）

【手順⑤】④の数を４でわる

④の数：４ａ－４　　定数項－４を－１にする手順を考えればよい。

[3] 新しい数あてゲームで、最初に決めた数をあてる方法を考える。

↓

[2]で考えた手順で計算する。
（４ａ－４）÷４＋（ａ＋１）＝２ａ
から、最初に決めた数は、手順通りに求めた数を２でわれば求められる。

※この解答には、別解があります。
※正答は、赤字

必要な知識・技能は、これ！

■数量及び数量の関係を文字式を用いて表したり、その意味を読み取ったりすること

（例） ｎを整数とすると
２の倍数、２で割り切れる数 ⇔ ２ｎ

$$\begin{aligned} &\vdots \\ -2&=2\times(-1) \\ 0&=2\times 0 \\ 2&=2\times 1 \\ 4&=2\times 2 \\ &\vdots \\ &2\times n \end{aligned}$$

ワンポイントアドバイス！

〇数量の関係が捉えにくい場合は、図や表などを活用！

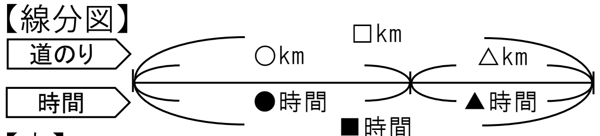
□計算の方法と結果とを区別して整理

【関係を表す図】

$$A \underset{\times ○}{\overset{\div ○}{\rightleftarrows}} B \underset{\div △}{\overset{\times △}{\rightleftarrows}} C$$

□特定の数量に着目して整理

【線分図】



【表】

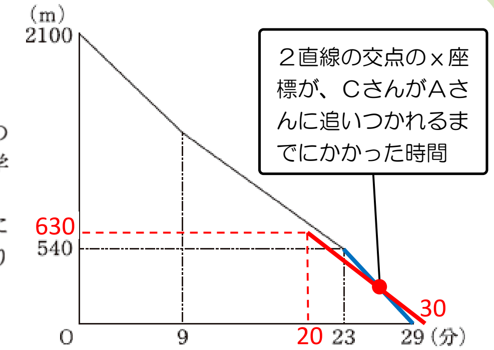
	A	B	合計
定価	x	y	〇〇
代金	□x	◇y	△△

図や表に整理すると、数量の関係がわかりやすくなります！

4 ２つの数量の関係を一次関数として捉え、グラフや式を用いて考察する問題

一直線の道路沿いに，Ａさん，Ｂさん，Ｃさんのそれぞれの家と学校があり，Ａさんの家と学校の間にＢさんの家とＣさんの家がある。３人はこの道路を通って学校に通学している。

Ａさんの家は学校から2100ｍ離れている。Ａさんは7時30分に家を出発し，学校に向かって一定の速さで９分間歩いた後，分速６０ｍで14分間歩き，学校までの残り５４０ｍを分速９０ｍで歩いたところ，７時５９分に学校に着いた。



（3） Ｃさんの家は学校から６３０ｍ離れている。
Ｃさんは７時５０分に家を出発し，
学校に向かって一定の速さで歩いたところ，
７時５３分から７時５９分までの間に
Ａさんに追いつかれ，８時に学校に着いた。
ＣさんがＡさんに追いつかれたのは，７時何分何秒か求めよ。

解答は，７時30分からx分後にいる地点から学校までの距離をyｍとし，下の[　]内の**条件Ⅰ**～**条件Ⅲ**にしたがってかけ。

条件Ⅰ　ＡさんとＣさんのそれぞれについて，グラフの傾きやグラフが通る点の座標を示し，xとyの関係を表す式をかくこと。
条件Ⅱ　**条件Ⅰ**で求めた２つの式を使って答えを求める過程をかくこと。
条件Ⅲ　解答欄の[　]の中には，あてはまる数をかくこと。

次のように考えて解きます。

[1] Ｃさんが歩いた時間と距離の関係をグラフにかき込む。(右上図参照)

[2] [1]をもとに、ＡさんとＣさんについて、ｘとｙの関係を表す式を求める。

↓

Ａ：傾き－９０で、点(２９，０)を通る⇒ ｙ＝－９０ｘ＋２６１０
Ｃ：２点(２０，６３０)、(３０，０)を通る⇒ ｙ＝－６３ｘ＋１８９０

[3] [2] で求めた２つの式を連立方程式として解き、ＣさんがＡさんに追いつかれた時刻を求める。

$$\begin{cases} y=-90x+2610\cdots① \\ y=-63x+1890\cdots② \end{cases}$$

①、②より $x=\dfrac{80}{3}$、$y=210$

$23\leqq x\leqq 29$だからこれは問題にあう。

$\dfrac{80}{3}$分 ⇒ $26\dfrac{2}{3}$分 ⇒ 26分40秒

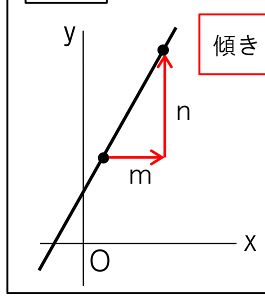
求める時刻は、７時30分から26分40秒後の７時56分40秒である。

※正答は、赤字

必要な知識・技能は、これ！

■一次関数のグラフをかいたり、一次関数のグラフ等から式を求めたりすること。

グラフ



傾き $\dfrac{n}{m}$

式

変化の割合 $\dfrac{n}{m}$

$y=\dfrac{n}{m}x+b$

ｂの値は、グラフが通る点の座標を代入して求める。

ワンポイントアドバイス！

〇表、式、グラフのそれぞれのよさに要注目！

□変化の様子がわかりやすい

xの増加量：1　1　1　1

x	…	－2	－1	0	1	2	…
y	…	3	5	7	9	11	…

yの増加量：2　2　2　2

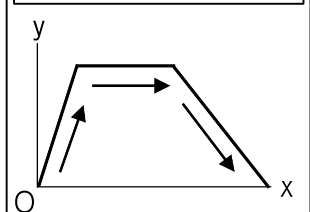
□正確に考察できる

ｙ＝ａｘ＋ｂ

ｘ、ｙのうち、一方の値を式に代入すればもう一方の値を正確に求められる。

□全体の様子がわかりやすい

ｘの値が増加するにしたがいｙの値は、増加⇒一定⇒減少となっている。



目的に応じて、表、式、グラフを適切に選択し、活用することが大切です！

未来への架け橋　＜令和元年度版＞

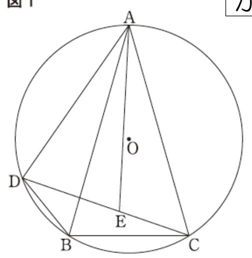
福岡県立高校入試問題（思考力・判断力・表現力等を問う問題）を活用した授業改善・学習資料　〔数学〕③

5　図形の性質を使って、相似の証明をしたり、計量したりする問題

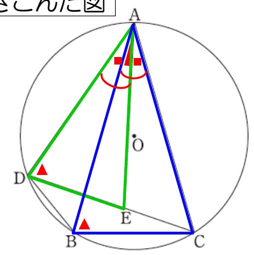
図１のように，円Ｏの円周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃを，ＡＢ＝ＡＣとなるようにとり，△ＡＢＣをつくる。点Ｃをふくまない $\overset{\frown}{AB}$ 上に点Ｄを∠ＤＡＢ＜∠ＢＡＣとなるようにとり，点Ｂと点Ｄを線分で結ぶ。線分ＣＤ上に点Ｅを∠ＥＡＣ＝∠ＤＡＢとなるようにとる。

このとき，ＡＤ＝ＡＥとなることを証明しなさい。

図１



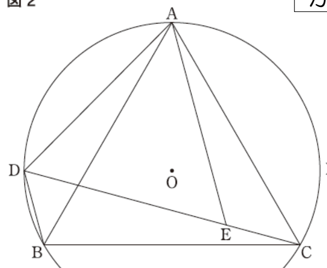
かきこんだ図



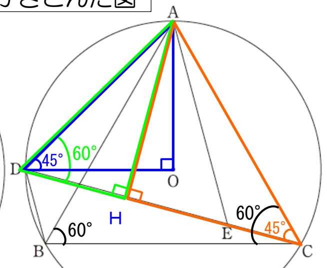
（２）　図１において，下線部②であることを証明せよ。
②<u>△ＡＤＥ∽△ＡＢＣ</u>

（３）　図２は，図１において，∠ＢＡＣ＝60°，点Ｃをふくまない $\overset{\frown}{AD}$ と $\overset{\frown}{DB}$ の長さの比が３：１となる場合を表している。
図２において，円Ｏの半径が４cmのとき，△ＡＤＣの面積を求めよ。

図２



かきこんだ図



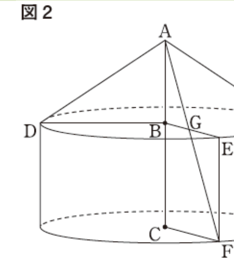
6　空間図形を平面上に表現して捉え、図形を計量する問題

図１は，底面の半径が６cm，高さが４cmの円すいと，底面の半径が６cm，高さが５cmの円柱をあわせた形の立体を表しており，円すいの頂点をＡ，円すいの底面であり円柱の底面でもある円の中心をＢ，円柱のもう一方の底面である円の中心をＣとしたものである。

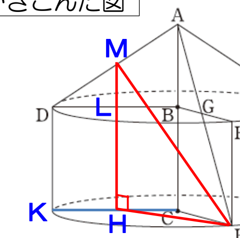
図２は，図１に示す立体において，円Ｂの円周上に２点Ｄ，Ｅを∠ＤＢＥ＝120°，円Ｃの円周上に点Ｆを∠ＢＥＦ＝90°となるようにとり，△ＡＣＦをつくり，線分ＡＦと線分ＢＥとの交点をＧとしたものである。

（３）　図２に示す立体において，線分ＡＤの中点をＭとするとき，線分ＭＦの長さを求めよ。

図２



かきこんだ図



次のように考えて解きます。

（２）：［１］仮定と結論を読み取り、等しい角を見いだし、図にかきこむ。（上図参照）

【仮定】∠ＥＡＣ＝∠ＤＡＢ…①
【結論】△ＡＤＥ∽△ＡＢＣ
【等しい角】
∠ＤＡＥ＝∠ＤＡＢ＋∠ＢＡＥ…②
∠ＢＡＣ＝∠ＥＡＣ＋∠ＢＡＥ…③
①、②、③より、∠ＤＡＥ＝∠ＢＡＣ…④
∠ＡＤＥ＝∠ＡＢＣ（円周角の定理）…⑤

［２］［１］から相似条件を根拠に証明を完成する。

④、⑤より、２組の角がそれぞれ等しいので、△ＡＤＥ∽△ＡＢＣ

※正答は、赤字

（３）：［１］点Ａから線分ＣＤに下した垂線などを図にかきこみ角の大きさを求める。（上図参照）

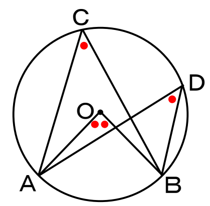
- ∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＢ＝60°（∠ＢＡＣ＝60°、△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣ）
- ∠ＡＤＣ＝∠ＡＢＣ＝60°（円周角）
- ∠ＡＣＤ＝45°（$\overset{\frown}{AD}$：$\overset{\frown}{DB}$＝３：１）
- ∠ＡＯＤ＝２∠ＡＣＤ＝90°（中心角）

［２］［１］の結果から、特別な直角三角形を見いだし、辺の比を使って面積を求める。

- △ＡＤＯから、ＡＤ＝$\sqrt{2}$ＯＡ＝４$\sqrt{2}$
- △ＡＤＨから、ＤＨ＝$\frac{1}{2}$ＡＤ＝２$\sqrt{2}$
  ＡＨ＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$ＡＤ＝２$\sqrt{6}$
- △ＡＨＣから、ＣＨ＝ＡＨ＝２$\sqrt{6}$
  面積はＤＣ×ＡＨ÷２＝１２＋４$\sqrt{3}$（正答）

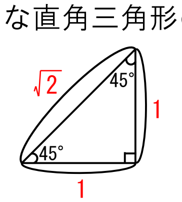
必要な知識・技能は、これ！

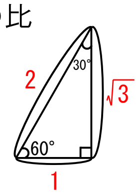
■円周角の定理
・∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢ
・∠ＡＯＢ＝２∠ＡＣＢ



■相似条件
２組の角の大きさがそれぞれ等しいとき

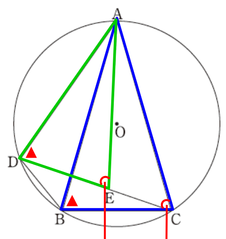
■特別な直角三角形の辺の比





ワンポイントアドバイス！

○角が等しいことを示したり、辺の長さを求めたりなどするときは、図形の性質などの根拠が重要！



【間違った証明（例）】
△ＡＤＥと△ＡＢＣで
円周角の定理から、
∠ＡＤＥ＝∠ＡＢＣ…①
<u>図から、∠ＡＥＤ＝∠ＡＣＢ…②</u>
①、②より、２組の角がそれぞれ等しいので、△ＡＤＥ∽△ＡＢＣ

∠ＡＥＤ＝∠ＡＣＢをいうための根拠が明確ではない。

根拠を明らかにした上で、
<u>〇〇（根拠）だから、△△（結果）である。</u>
と考え説明する習慣をつけましょう！

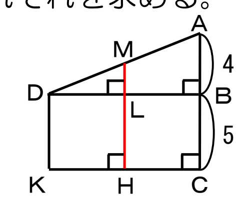
次のように考えて解きます。

［１］線分ＭＦ、点Ｍから底面に下した垂線などを図にかきこむ。（上図参照）

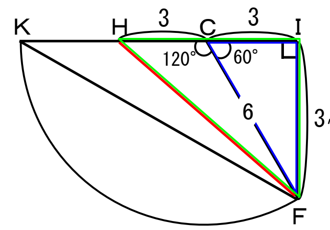
［２］［１］をもとに、線分ＭＨや、線分ＦＨをふくむ平面に着目し、それぞれを求める。

・台形ＡＤＫＣに着目する。

ＭＨ＝ＭＬ＋ＬＨ
＝$\frac{1}{2}$ＡＢ＋ＢＣ
＝７



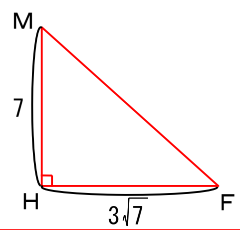
・底面に着目する。
右図のように、線分ＣＫを延長した直線と点Ｆからその直線に下した垂線の交点をＩとする。



ＣＨ＝$\frac{1}{2}$ＣＫ＝３（点ＨはＣＫの中点）
ＣＩ＝$\frac{1}{2}$ＣＦ＝３（△ＣＦＩの辺の比）
ＩＦ＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$ＣＦ＝３$\sqrt{3}$（△ＣＦＩの辺の比）
△ＨＦＩで、ＨＦ^2＝ＨＩ^2＋ＩＦ^2
ＨＦ＝３$\sqrt{7}$

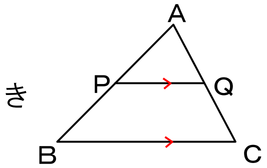
［３］△ＭＨＦに着目し、［１］［２］をもとに、線分ＭＦを求める。

・ＭＦ^2＝ＭＨ^2＋ＦＨ^2
ＭＦ＝４$\sqrt{7}$（正答）

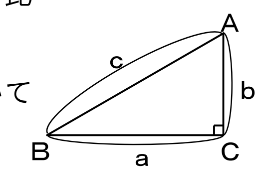


必要な知識・技能は、これ！

■平行線と線分の比
△ＡＢＣで辺ＡＢ、ＡＣ上に、点Ｐ、Ｑがあるとき
ＰＱ//ＢＣならば、
ＡＰ：ＡＢ＝ＡＱ：ＡＣ＝ＰＱ：ＢＣ



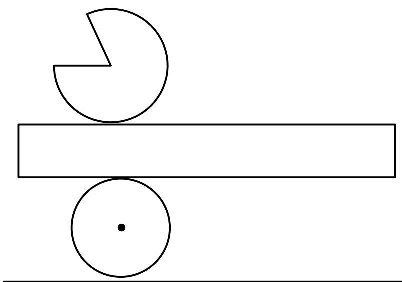
■特別な直角三角形の辺の比
■三平方の定理
直角三角形ＡＢＣについて
ａ^2＋ｂ^2＝ｃ^2



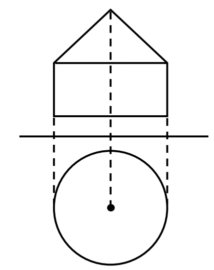
ワンポイントアドバイス！

○見取図だけの判断は要注意！
見取図の線分の長さや角の大きさは、見た目とは異なる場合があります。

【展開図】



【投影図】



展開図や投影図などを実際にかいて、解決に必要となる直角三角形などを見いだすことが大切です！