

未来への架け橋 << 令和2年度版 >>

福岡県立高校入試問題（思考力・判断力・表現力等を問う問題）を活用した授業改善・学習資料（数学）①

1 表をもとに、 x 、 y の関係を見だし、 x に対応する y の値を求める問題

(6) 次の表は、 y が x に反比例する関係を表したものである。
 $x=3$ のときの y の値を求めよ。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	6	12	\times	-12	-6	...

標本の比率をもとに、母集団の傾向を推定する問題

(9) ペットボトルのキャップがたくさん入っている箱から、30個のキャップを取り出し、全てに印をつけて箱に戻す。その後、この箱から30個のキャップを無作為に抽出したところ、印のついたキャップは2個であった。
 この箱の中に入っているペットボトルのキャップの個数は、およそ何個と推定できるか答えよ。

次のように考えて解きます。

(6) ①表をもとに、 x 、 y の関係を表す式を求める。

必要な知識や技能

y が x に反比例する関係だから式は、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) と表される。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	6	12	\times	-12	-6	...

考え方のポイント

a の値がわかれば式が求められるので、表の□内のいずれか1組を式に代入する。

$x=1$ 、 $y=-12$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入して、

$$-12 = \frac{a}{1} \Rightarrow a = -12$$

よって式は、 $y = -\frac{12}{x}$

② $x=3$ のときの y の値を求める。

$$x=3 \text{ を、} y = -\frac{12}{x} \text{ に代入して、} y = -\frac{12}{3} \Rightarrow y = -4$$

(9) ①箱の中と取り出した30個の中の、印つきキャップの割合をそれぞれ考える。

<箱>

?個

印つき 30個

考え方のポイント

「無作為に抽出した」ということは、「かたよりに取り出している」ということなので、箱の中と取り出した30個のキャップの中との印つきキャップの割合は同じと考える。

<取り出した30個のキャップ>

30個

印つき 2個

② ①で考えた割合をもとに比例式をつくり、箱の中のキャップの個数を求める。

箱の中のキャップの個数を x 個とすると、

必要な知識や技能

$$\begin{aligned} x : 30 &= 30 : 2 \\ 2x &= 30 \times 30 \end{aligned} \rightarrow \text{外側の項の積と内側の項の積は等しい}$$

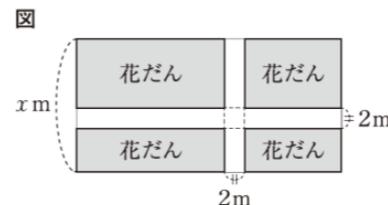
$$x = 450 \text{ (個)}$$

※正答は、赤字

2 具体的な事象を、方程式を活用して解決する問題

横の長さが縦の長さの2倍である長方形の土地がある。この土地の縦の長さを x mとする。

(2) この土地に、図のような、幅2mの道を縦と横につくり、残りを花だんにしたところ、花だんの面積が264 m^2 になった。ただし、道が交差する部分は正方形である。



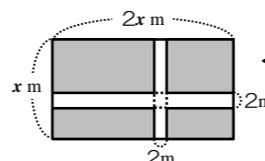
次のア、イのどちらかを選び、選んだ記号とそれを満たす x についての方程式をかき、この土地の縦の長さを求めよ。
 ア、イのどちらを選んでもかまわない。

- ア 左辺と右辺のどちらもが、花だんの面積を表している方程式
- イ 左辺と右辺のどちらもが、道の面積を表している方程式

次のように考えて解きます。

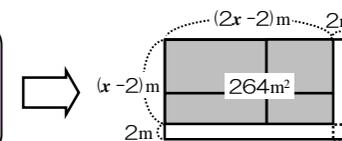
①面積に着目して、方程式をつくる。

ア 花だんの面積を x を使った式で表して方程式をつくる。



考え方のポイント

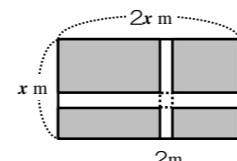
4つの花だんそれぞれの面積はわからないから、右図のように4つの花だんを1か所に集めて大きな花だんをつくる。



必要な知識や技能

右図の大きな花だんの縦の長さ $(x-2)$ m、横の長さ $(2x-2)$ mと表されるから、面積は $(x-2)(2x-2)$ 。よって方程式は、 $(x-2)(2x-2)=264$

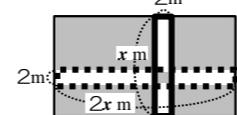
イ 道の面積を x を使った2通りの式で表して方程式をつくる。



考え方のポイント

太枠と点線枠の面積の和は、正方形の面積を2つ加えているので、1つ分をひく。

$$\begin{aligned} \text{道の面積} &= \text{土地の面積} - \text{花だんの面積} \\ &= x \times 2x - 264 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{道の面積} &= \text{太枠の道の面積} + \text{点線枠の道の面積} - \text{道が交差する正方形の面積} \\ &= x \times 2 + 2 \times 2x - 2 \times 2 \end{aligned}$$

よって方程式は、 $x \times 2x - 264 = x \times 2 + 2 \times 2x - 2 \times 2$

② ①の二次方程式を解き、その解が問題にあうか調べて答えを求める。

①の式を整理すると、

$$\begin{aligned} 2x^2 - 6x - 260 &= 0 \\ x^2 - 3x - 130 &= 0 \\ (x-13)(x+10) &= 0 \\ x &= 13, -10 \end{aligned}$$

必要な知識や技能

両辺を2でわる。
 和が-3、積が-130になる
 2数を見つけて因数分解する。

$x > 2$ だから、 $x = 13$ は問題にあう。

$x = -10$ は問題にあわない。

(答) 土地の縦の長さ 13m

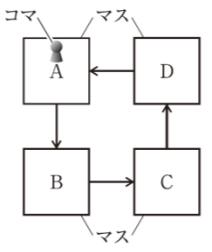
※正答は、赤字

未来への架け橋 << 令和2年度版 >>

福岡県立高校入試問題（思考力・判断力・表現力等を問う問題）を活用した授業改善・学習資料（数学）②

3 不確定な事象の起こりやすさを、確率を判断の根拠として説明する問題

右の図のような、A、B、C、Dの4つのマスがある。また、箱の中に、①、②、③、④、⑤の5枚のカードが入っている。次の手順を1回行いコマを動かす。



(2) この手順でコマを動かすとき、AのマスとCのマスでは、コマの止まりやすさは同じである。そこで、箱の中の5枚のカードを、①、②、③、③、⑤の5枚のカードに変えて、手順を1回行いコマを動かす。このとき、AのマスとCのマスでは、コマが止まりやすいのはどちらのマスであるかを説明せよ。説明する際は、樹形図または表を示し、コマがAのマスに止まる場合とCのマスに止まる場合のそれぞれについて、2枚のカードの組を全てかき、確率を求め、その数値を使うこと。

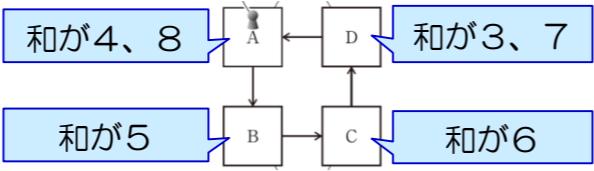
- 手順
- ① コマをAのマスに置く。
 - ② 箱から、同時に2枚のカードを取り出す。
 - ③ 取り出した2枚のカードの数の和だけ、Aから、B、C、D、A、…と矢印の向きにコマを1マスずつ動かす。

ただし、どのカードを取り出すことも同様に確からしいとする。

次のように考えて解きます。

① 樹形図等をもとに、コマがAのマスとCのマスに止まる場合のそれぞれについて、確率を求める。

取り出した2枚のカードの数の和だけ、Aから矢印の向きにコマを動かすから、和が右図のとき、コマはA～Dのマスに止まる。



箱の中の5枚のカードを1、2、3、③、5とする。

必要な知識や技能

	和	止まるマス
1	2 = 3	→ D
	3 = 4	→ A
	③ = 4	→ A
2	5 = 6	→ C
	3 = 5	→ B
	③ = 5	→ B
3	5 = 7	→ D
	③ = 6	→ C
	5 = 8	→ A
③	5 = 8	→ A

考え方のポイント

起こりうる全ての場合を整理して数えるため、2枚ある③のカードを、3と③のように区別して考えると、左の樹形図から、5枚のカードの組の取り出し方は10通りである。

コマがAのマスに止まる場合の2枚のカードの数の和は4、8なので、その組は(1、3)、(1、③)、(3、5)、(③、5)の4通りである。

よって、求める確率は $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

コマがCのマスに止まる場合の2枚のカードの数の和は6なので、その組は(1、5)、(3、③)の2通りである。

よって、求める確率は $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

② ①で求めた確率を使って、コマが止まりやすいのは、AのマスとCのマスのどちらであるかを説明する。

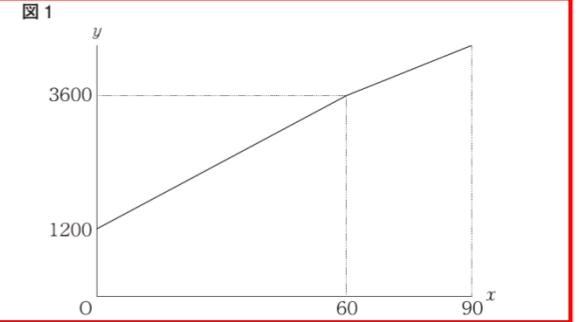
①より、 $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$ なので、コマが止まりやすいのは、Aのマスである。

※正答は、赤字

4 2つの数量の関係を一次関数として捉え、グラフや式を用いて考察する問題

ある電話会社には、携帯電話の1か月の料金プランとして、Aプラン、Bプラン、Cプランがある。どのプランも、電話料金は、基本使用料と通話時間に応じた通話料を合計した料金である。次の表は、3つのプランを示したものである。

	電話料金	
	基本使用料	通話時間に応じた通話料
Aプラン	1200円	60分までの時間は、1分あたり40円 60分をこえた時間は、1分あたり30円
Bプラン	(ア)円	(イ)分までの時間は、無料 (イ)分をこえた時間は、1分あたり(ウ)円
Cプラン	3900円	60分までの時間は、無料 60分をこえた時間は、1分あたり一定の料金がかかる。



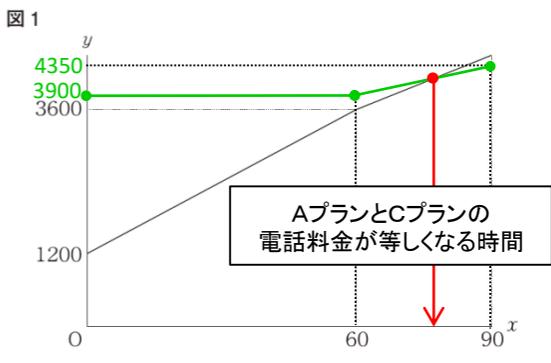
1か月にx分通話したときの電話料金をy円とすると、図1は、Aプランについて、通話時間が0分から90分までのxとyの関係をグラフに表したものである。

(3) Cプランの電話料金は、通話時間が90分のとき4350円である。通話時間が60分から90分までの間で、Cプランの電話料金がAプランの電話料金より安くなるのは、通話時間が何分をこえたときからか求めよ。解答は、次の□内の条件Ⅰ～条件Ⅲにしたがってかけ。

- 条件Ⅰ AプランとCプランのそれぞれについて、グラフの傾きやグラフが通る点の座標を示し、xとyの関係を表す式をかくこと。
- 条件Ⅱ 条件Ⅰで求めた2つの式を使って答えを求める過程をかくこと。
- 条件Ⅲ 解答欄の□の中には、あてはまる数をかくこと。

次のように考えて解きます。

① Cプランについての通話時間と電気料金の関係を図1にかき入れ、グラフが通る点の座標などを明らかにする。60 ≤ x ≤ 90におけるCプランのグラフは点(60、3900)、(90、4350)を通る直線



基本使用料3900円、60分まで無料であること、90分のとき4350円であることから、この2点を通る。

考え方のポイント

② AプランとCプランのそれぞれについて、xとyの関係を表す式を求める。

必要な知識や技能

60 ≤ x ≤ 90におけるAプランについてのグラフは、傾き30、点(60、3600)を通る直線だから、式は $y = 30x + 1800$ …①
60 ≤ x ≤ 90におけるCプランについてのグラフは、2点(60、3900)、(90、4350)を通る直線だから、式は $y = 15x + 3000$ …②

傾きが30だから式は、 $y = 30x + b$
 $x = 60$ 、 $y = 3600$ を代入して、 $b = 1800$
傾きは、 $\frac{4350 - 3900}{90 - 60} = 15$ だから
式は、 $y = 15x + b$
 $x = 60$ 、 $y = 3900$ を代入して、 $b = 3000$

③ ①、②の式を連立方程式として解くと、 $x = 80$ 、 $y = 4200$

60 ≤ x ≤ 90だから、これは問題にあう。
(答) 通話時間が80分をこえたときから

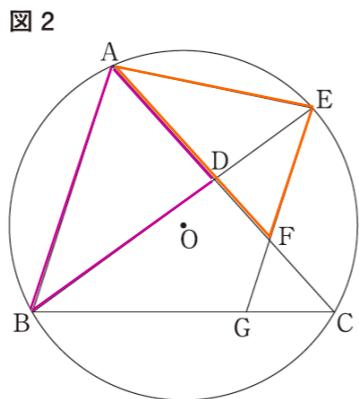
考え方のポイント

2直線の交点の座標は、2直線の式を連立方程式とみたときの解と一致するから、これらを解けばよい。

※正答は、赤字

5 図形の性質などを使って、2つの三角形が相似であることを証明する問題

(3) 図2は、図1の $\angle ABC$ において、 $\angle ABC < 90^\circ$ 、3点A, B, Cが円Oの周上にある場合を表しており、 $\angle ABC$ の二等分線と線分AC、円Oとの交点をそれぞれD, Eとし、点Aと点Eを線分で結び、点Eを通り線分ABに平行な直線と線分AC, BCとの交点をそれぞれF, Gとしたものである。
このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle FAE$ であることを証明せよ。



次のように考えて解きます。

① 仮定と結論を明らかにし、仮定や図形の性質などから等しいといえる角を見いだす。

【仮定】線分BEは $\angle ABC$ の二等分線、 $AB \parallel EG$
【結論】 $\triangle ABD \sim \triangle FAE$

$\triangle ABD$ と $\triangle FAE$ において、**必要な知識や技能**
平行線の錯角は等しいから、 $AB \parallel EG$ より
 $\angle BAD = \angle FAE \dots ①$

考え方のポイント

$\triangle ABD$ と $\triangle FAE$ において、①以外の対応する角が等しいことは、**必要な知識や技能**1つからでは説明できないので、次の考え方を
使って説明する。

$\bigcirc = \square, \square = \nabla$ ならば、 $\bigcirc = \nabla$

必要な知識や技能
線分BEは $\angle ABC$ の二等分線だから $\angle ABD = \angle CBD \dots ②$

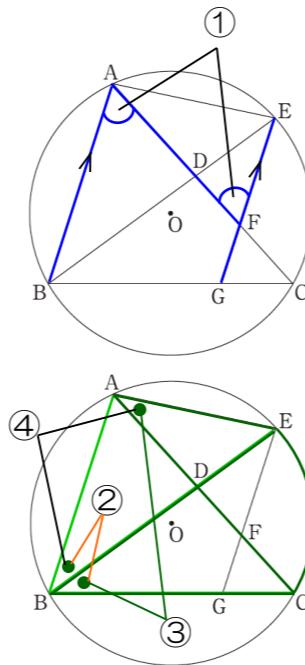
\widehat{CE} に対する円周角は等しいから、**必要な知識や技能**
 $\angle CBD = \angle FAE \dots ③$

②、③より、 $\angle ABD = \angle FAE \dots ④$

② 使う相似条件を決めて、証明を完成する。 **必要な知識や技能**

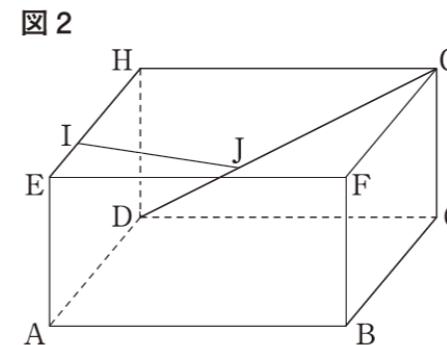
①、④より、**2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \sim \triangle FAE$**

※正答は、赤字



6 空間図形の一部を平面図形として捉え、線分の長さを求める問題

図1は、 $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 4\text{ cm}$, $AE = 3\text{ cm}$ の直方体 $ABCDEFGH$ を表している。
(3) 図2は、図1に示す立体において、辺EH上に点Iを $EI = 1\text{ cm}$ 、線分DG上に点Jを $DJ : JG = 1 : 2$ となるようにとり、点Iと点Jを結んだものである。
このとき、線分IJの長さを求めよ。



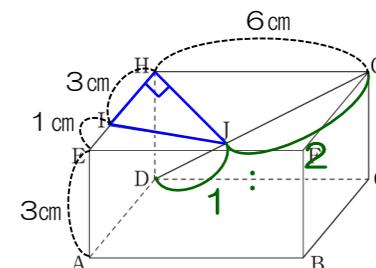
次のように考えて解きます。

① 図2に、問題文の中にある辺の長さや辺の長さの比などをかき入れ、
線分IJを一边とする直角三角形を見いだす。

$EH = 4\text{ cm}$ 、 $EI = 1\text{ cm}$ より、 $IH = 3\text{ cm}$
 $\triangle IHJ$ は、 $\angle IHJ = 90^\circ$ の直角三角形である。

考え方のポイント

直角三角形 IHJ において、 $IH = 3\text{ cm}$ だから、線分HJの長さが
わかれば、三平方の定理を使って線分IJの長さを求められる。



② 線分HJを含む平面HDCGに着目し、線分HJの長さを求める。
線分HJを延長した直線と線分DCの交点をKとする。

必要な知識や技能

$\triangle HJG \sim \triangle KJD$ より、対応する辺の比は等しいので、
 $HG : KD = GJ : DJ = 2 : 1$

$HG = 6\text{ cm}$ より、 $KD = 3\text{ cm}$ **必要な知識や技能**

$\triangle HDK$ は直角二等辺三角形なので、 $HK : KD = \sqrt{2} : 1$

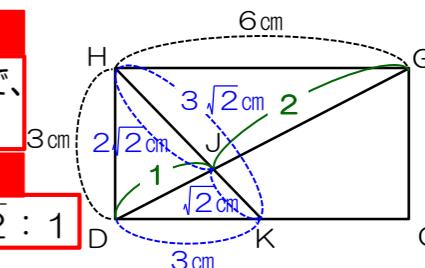
$HK = \sqrt{2}HD = 3\sqrt{2}\text{ cm}$

また、 $HJ : HK = 2 : 3$

$HK = 3\sqrt{2}$ より、 $HJ = 2\sqrt{2}\text{ cm}$

考え方のポイント

相似な図形の辺の長さの比や、特別な直角三角形の
辺の比などを用いて、必要な線分の長さを求める。



③ $\triangle IHJ$ において、三平方の定理を使って線分IJの長さを求める。

$IJ^2 = IH^2 + HJ^2$ **必要な知識や技能**

$= 3^2 + (2\sqrt{2})^2 = 17$ よって、 $IJ = \sqrt{17}\text{ cm}$

※正答は、赤字

