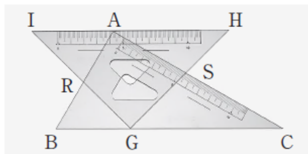
令和3年度全国学力・学習状況調査　中学校【数学】

9 の(3)　ある条件の下で、いつでも成り立つ図形の性質を見いだし、それを数学的に表現することができるかどうかをみる問題

（3）二人は，左に動かす三角定規を，斜辺を底辺としたときの高さが△ABCと等しい45°，45°，90°の三角定規に変えて，重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の図６のように，45°，45°，90°の三角定規を△GHIとし，辺ABと辺IG，辺HGと辺ACの交点をそれぞれ点R，Sとすると，四角形ARGSができます。

図６



点Gが辺BC上にあり，辺HIが辺BCと平行になるように，△GHIを左に動かしたとき，二人は，四角形ARGSが長方形にならないと考え，次のような図７，図８をかきました。

図７

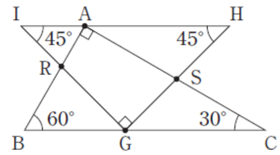
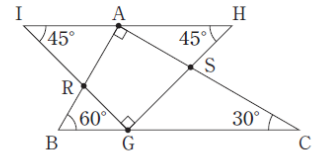


図８



二人は，図７，図８で，四角形ARGSが長方形にならないことから，四角形ARGSがどんな四角形になるか話し合っています。

> 直輝さん「△GHIを動かすと四角形ARGSの４つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」
> 由衣さん「∠RASと∠RGSの大きさはそれぞれ90°で変わらないね。∠ARGと∠ASGの大きさはどうかな。」

△GHIを動かしても，四角形ARGSの∠ARGと∠ASGの和はいつでも180°になります。このほかに，∠ARG，∠ASGの大きさについて，いつでもいえることを書きなさい。

出典：令和3年度全国学力・学習状況調査（文部科学省）

正答の導き方

〔１〕図形の性質をもとに、∠ARGと∠ASGの大きさを求める。

【求め方①】

図７

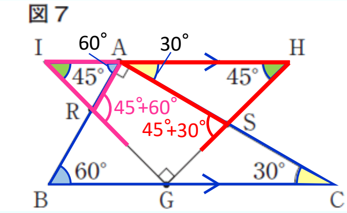
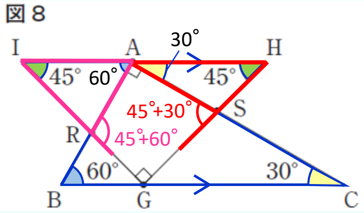


図８



必要な知識・技能

- 平行線の同位角、錯角は等しい。
- 三角形の外角は、それととなり合わない２つの内角の和に等しい。

図７、図８において、平行線の錯角は等しいので、ＨＩ//ＢＣより、
　∠ＩＡＲ＝∠ＧＢＲ＝60°
△ＡＩＲにおいて、三角形の外角はそれととなり合わない２つの内角の和に等しいので、
　∠ＡＲＧ＝∠ＡＩＲ＋∠ＩＡＲ＝45°＋60°＝105°
また、図７、図８において、同じようにして、∠ＨＡＳ＝∠ＧＣＳ＝30°
△ＡＳＨにおいて、同じようにして、∠ＡＳＧ＝∠ＳＨＡ＋∠ＨＡＳ＝75°

【求め方②】点Ｒ（点Ｓ）を通り、辺ＨＩ、ＢＣに平行な直線をひく。

図７

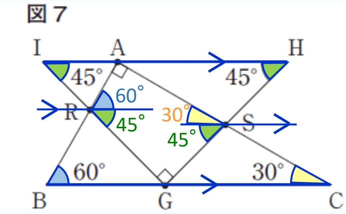


図８

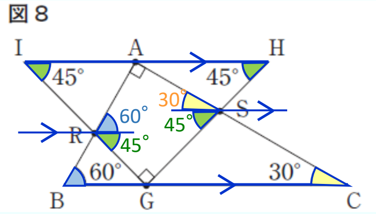


図７、図８において、平行線の同位角は等しいことからも求められる。
∠ＡＲＧ＝60°＋45°＝105°
∠ＡＳＧ＝30°＋45°＝75°

〔２〕〔１〕でもとにした図形の性質はいつでも成り立つことから、∠ＡＲＧ、∠ＡＳＧの大きさについて、いつでもいえることを書く。

（解答例１）∠ＡＲＧ、∠ＡＳＧのそれぞれの大きさは変わらない。
（解答例２）∠ＡＲＧ＝１０５°、∠ＡＳＧ＝７５°である。

調査問題を活用した授業改善のための指導資料

誤答例とその原因

（誤答例１）∠ＡＲＧ＝<u>１００°</u>、∠ＡＳＧ＝<u>８０°</u>である。

◆　∠ＡＲＧと∠ＡＳＧの和はいつでも１８０°になることをもとに、<u>図形の見た目などから、∠ＡＲＧと∠ＡＳＧの大きさを求めている。</u>

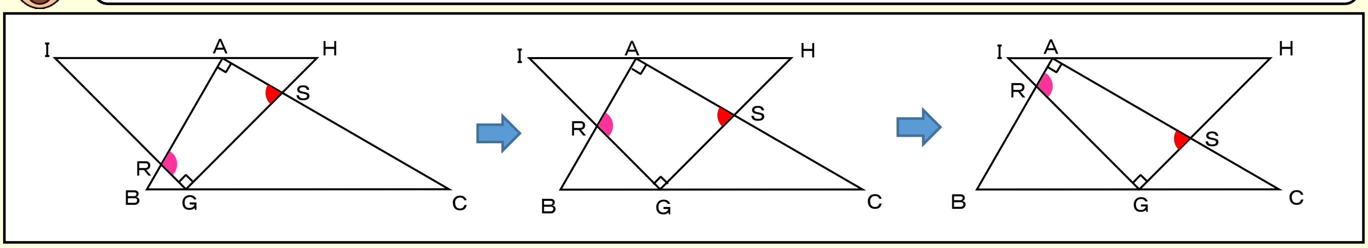
（誤答例２）∠ＡＲＧ、∠ＡＳＧのそれぞれの大きさは<u>大きくなったり、小さくなったりする。</u>

◆　四角形ＡＲＧＳの<u>４つの辺の長さがそれぞれ長くなったり短くなったりすることから、</u>∠ＡＲＧと∠ＡＳＧの大きさも<u>同じように変わるものとして考えている。</u>

授業改善のポイント

○　条件（ＨＩ//ＢＣ）を保ったまま、<u>三角定規やＩＣＴを活用して図形（△ＧＨＩ）を動かしその様子を観察</u>させたり、<u>辺の長さや角の大きさについて実測</u>させたりして、<u>成り立つ事柄を予想させた上で、予想がいつでも成り立つことを証明させる</u>ことが大切です。

ＨＩ//ＢＣのまま、△ＧＨＩを動かします。このとき，<u>四角形ＡＲＧＳの辺の長さや角の大きさについて、どれが変わって、どれが変わらないといえそうですか。</u>



４つの辺の長さは変わっていき、長くなったり短くなったりしています。また、∠ＲＡＳと∠ＲＧＳのそれぞれの大きさは変わらず、90°で一定です。

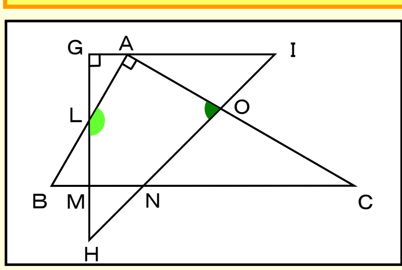
そうだね。他にも∠ＡＲＧと∠ＡＳＧの和は変わらず、180°で一定になるといえるけど、∠ＡＲＧと∠ＡＳＧのそれぞれの大きさは、大きくなったり小さくなったりしそうです。

それでは、上の３つの図において、<u>実際に∠ＡＲＧと∠ＡＳＧの大きさを測ってみましょう。</u>

どの図でも、∠ＡＲＧ＝105°、∠ＡＳＧ＝75°になっています。つまり、△ＧＨＩを動かしても、∠ＡＲＧと∠ＡＳＧのそれぞれの大きさは変わらないといえそうです。

では、<u>「∠ＡＲＧと∠ＡＳＧのそれぞれの大きさは変わらない。」</u>という予想がいつでも成り立つことを、<u>これまでに学んだ図形の性質を使って証明</u>しましょう。

○　<u>条件や図形を変えるなどして、同じようなことがいえるかどうかを考えさせ、</u>それを証明させるなど、発展的に考察させることも大切です。



次に、左の図のように、２つの三角定規を重ねて、△ＧＨＩをＧＩ//ＢＣのまま動かします。このとき、<u>∠ＡＬＭと∠ＡＯＮの大きさについて先ほどと同じようなことがいえますか。</u>

平行線の同位角や錯角の性質、三角形の外角の性質から、∠ＡＬＭと∠ＡＯＮの大きさは変わらないといえそうだね。