

3の(3)

事象を式の意味に即して解釈し、その結果を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる問題

(3) 壮太さんは、舞さんの作品より大きな作品を制作したいと考え、針金Aとは別の材料の針金を使って作品を制作することにし、次のような計画を立てました。

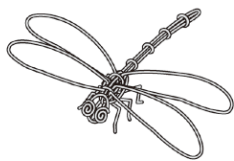
壮太さんは、針金の長さ x と針金1mあたりの重さ y の関係を表す次の式を用いて、どのような針金を使えばよいかを考えています。

$$(\text{針金の長さ}) = (\text{作品の重さ}) \div (\text{針金1mあたりの重さ})$$

計画

- 作品の重さは、舞さんの作品の重さと同じ。
- 作品に使う針金の長さは、舞さんの作品に使った針金の長さの2倍。

舞さんの作品



壮太さんの作品



このとき、舞さんの作品と、重さが同じで使う針金の長さを2倍にするには、どのような針金を使えばよいですか。次のア、イの中から正しいものを1つ選び、その記号をかきなさい。また、それが正しいことの理由を上式の表される関係をもとに説明しなさい。

- ア 1mあたりの重さが針金Aの2倍の針金を使う。
- イ 1mあたりの重さが針金Aの $\frac{1}{2}$ 倍の針金を使う。

正答の導き方

〔1〕 (針金の長さ) と (針金1mあたりの重さ) の関係を明らかにする。

$$(\text{針金の長さ}) = (\text{作品の重さ}) \div (\text{針金1mあたりの重さ})$$

上の \square 内の式から、針金1mあたりの重さを x (g)、針金の長さを y (m)、作品の重さを m (g) とすると、 $y = \frac{m}{x}$ の関係が成り立っているため、針金の長さは、針金1mあたりの重さに反比例することがわかる。

y が x に反比例するとき、

「 x の値が n 倍になると、それに対応する

y の値は $\frac{1}{n}$ 倍になる。」ので、

作品の重さは同じで針金の長さを2倍にするには、

針金1mあたりの重さを $\frac{1}{2}$ 倍すればよい。

〔2〕 〔1〕 で明らかにした関係を根拠に説明する。

必要な知識・技能

- 関数関係の意味を理解している。
- 反比例について理解している。
- 反比例の関係を式から読み取る。

(解答例)

(記号) イ (1mあたりの重さが針金Aの $\frac{1}{2}$ 倍の針金を使う。)

(理由) (例) 針金の長さは、針金1mあたりの重さに反比例する関係にあるから、針金1mあたりの重さを $\frac{1}{2}$ 倍にすると、針金の長さが2倍になる。

調査問題を活用した授業改善のための指導資料

誤答例とその原因

(誤答例1) アを選択 (例) 針金の長さは、針金1mあたりの重さに比例するから、1mあたりの重さが針金Aの2倍の針金を使うと、針金の長さは2倍になる。



- ◆ 与えられた式などから、数量の関係を正しくとらえることができていない。

(誤答例2) イを選択 (例) 針金1mあたりの重さを針金Aより軽くすると、針金の長さは長くなるから



- ◆ 数量の関係を明らかにした上で、式と結び付けて説明することができていない。

授業改善のポイント

- 伴って変わる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いてそれらの変化や対応の特徴を見いださせる活動が大切です。



針金を使って、重さが100gの作品をつくります。何を決めれば、使う針金の長さが決まりますか。それらには、どんな関係がありますか。

針金1mあたりの重さを決めればよいです。針金1mあたりの重さと、使う針金の長さの関係は、反比例だと思います。

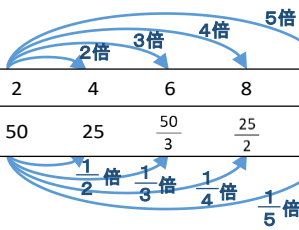


反比例といえるのは、なぜですか。表やグラフ、式を用いて説明しましょう。

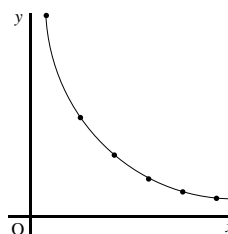


表に整理すると、1mあたりの重さを2倍、3倍すると、針金の長さは1/2倍、1/3倍になるからです。

1mあたりの重さ(g)	2	4	6	8	10	...
針金の長さ(m)	50	25	$\frac{50}{3}$	$\frac{25}{2}$	10	...



グラフに整理すると、図のようななめらかな曲線になるからです。



針金1mあたりの重さを x g、針金の長さを y mとして、 x と y の関係を式に表すと、 $y = 100/x$ になるからです。

(針金の長さ) = (作品の重さ) / (針金1mあたりの重さ) という関係が成り立ちます。



- 説明すべき事柄とその根拠を区別して、事柄が成り立つ理由を説明する活動が大切です。



作品の重さは100gのまま、使う針金の長さを2倍にして、上の作品より大きな作品をつくります。1mあたりの重さがどれくらいの針金を使えばよいですか。

1mあたりの重さが、上の作品の針金より軽い針金を使えばよいのではないかな。



先ほど表した関係を使って説明することはできませんか。



針金の長さ x と針金1mあたりの重さ y は、反比例の関係にあるわけだから、使う針金の長さを2倍にするなら、針金1mあたりの重さは1/2倍にすればよいです。

